

В.И. КРИВОЩЕКОВ, канд. техн. наук
(Украина, Днепропетровск, Национальный горный университет)

К РАСЧЕТУ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПРОТИВОТОЧНОГО ГИДРОЦИКЛОНА С ПЕРЕЧИСТКОЙ НА БАЗЕ ТУРБУЛЕНТНО-ДИФФУЗИОННОЙ МОДЕЛИ

Проблема и ее связь с научными и практическими задачами. Численные методы гидродинамики позволяют проводить исследования нестационарных течений однофазных и многофазных сред в пространственных областях со сложной конфигурацией [1]. Результаты расчета гидродинамических параметров турбулентных течений вязких сред, полученные при реализации того или иного численного метода, не всегда адекватно отображают реальную картину турбулентного течения. Это связано с недостаточно полным учетом микроструктуры турбулентности. Особенно это касается турбулентных течений суспензий, для которых характерно влияние на гидродинамику потока межфазных взаимодействий, а построение эмпирических зависимостей на базе динамики многофазных сред не всегда представляется возможным.

Учитывая, что турбулентные течения суспензии в каждом отдельном случае имеют строго индивидуальный характер, проблема выбора численного метода расчета гидродинамических параметров этих течений напрямую связана с величиной погрешности между результатами расчета и экспериментальными данными, а также с простотой реализации рассматриваемого численного метода на базе существующих прикладных программ.

При исследовании особенностей турбулентных течений суспензий в различных технологических аппаратах используются уравнения неразрывности и Навье-Стокса для осредненного турбулентного движения двухфазной среды [2, 3]. Сложный характер этих течений заставляет прибегать к экспериментальным исследованиям и имитационному моделированию процессов массопереноса [4, 5]. К основным допущениям при построении математических моделей турбулентных течений суспензий можно отнести: между частицами отсутствуют обмен импульсом и энергией, частицы имеют одинаковый диаметр, силы вязкостного трения проявляются только в несущей среде, размеры частиц во много раз больше микромасштабов турбулентности [2, 5].

Анализ исследований и публикаций. При инженерных расчетах гидродинамических параметров суспензии в гидроциклонах используются общеизвестные полуэмпирические соотношения, которые позволяют определить осредненные значения этих параметров без учета влияния мелких вихрей несущей среды и межфазных взаимодействий [2, 6, 7]. Для расчета турбулентных течений суспензии приходится вводить поправочные коэффициенты, учитывающие реологические свойства вязкой среды. Поэтому полученные результаты расчета не могут рассматриваться как базовые при исследовании гидродинамической

структуры двухфазной среды, а могут лишь использоваться при анализе результатов численного моделирования.

При определении полей скоростей и концентраций в вихревых и безвихревых потоках суспензии используется метод конечных разностей и метод контрольных объемов. Сущность первого метода заключается в замене дифференциальных коэффициентов уравнения на разностные коэффициенты [8 – 10], что позволяет свести решение дифференциального уравнения к решению его разностного аналога (конечно-разностная схема). В методе используется регулярная сетка, представляющая собой упорядоченную по определенным правилам структуру данных с выраженным сеточным направлением [10, 11]. Как правило, регулярная сетка состоит из прямоугольных ячеек (двухмерные течения) или параллелепипедов (пространственные течения). Несмотря на то, что метод конечных разностей позволяет исследовать изменения скорости, давления и концентрации в потоке суспензии, он не дает адекватного представления об изменении этих параметров в течениях суспензии со сложной гидродинамической структурой.

Сущность метода контрольных объемов заключается в разбиении расчетной области течения суспензии на элементарные объемы, по которым осуществляется интегрирование исходных уравнений и получение их дискретных аналогов [11-13]. Для этого метода характерно использование неструктурированных сеток, позволяющих исследовать области течения суспензии со сложной гидродинамической структурой. Неструктурированные сетки позволяют связывать рассматриваемые области течения между собой и с основным потоком суспензии. Для этих сеток характерно отсутствие выраженного сеточного направления и структуры, сходной с регулярными сетками [11]. При расчете двухмерных течений неструктурированные сетки состоят из треугольных или четырехугольных ячеек. В случае трехмерных течений расчетная область разбивается на контрольные объемы в виде тетраэдров и призм. Для получения более детальной информации о той или иной рассматриваемой области течения ячейки сетки разбивают на более мелкие (сгущения сетки).

К основным преимуществам метода контрольных объемов по сравнению с методом конечных разностей [8] можно отнести установление внутренних и внешних дискретных связей между ячейками контрольного объема, более быструю реализацию локальных сгущений в неструктурированных сетках и адаптацию последних к изменению исходных условий задачи [11-13].

К недостаткам метода контрольных объемов можно отнести отсутствие единого подхода, позволяющего выполнить точную дискретизацию уравнений конвективного и диффузионного массопереноса, а также соотношений для коэффициентов турбулентной диффузии. Кроме того, при решении ряда задач объединяют различные способы дискретизации [5, 10, 11], что приводит к увеличению погрешности расчетов.

Постановка задачи. Целью данной работы является анализ особенностей расчета гидродинамических параметров противоточного гидроциклона с очисткой на базе турбулентно-диффузионной модели.

Гравітаційна сепарація

Изложение материала и результаты. В работе [4] рассмотрена турбулентно-диффузионная модель противоточного гидроциклона с перемешкой в его конической части. Модель построена на базе уравнений осредненного турбулентного движения двухфазной среды для случая локально однородной и изотропной турбулентности. Расчетная схема цилиндрикоконической части гидроциклона изображена на рис. 1

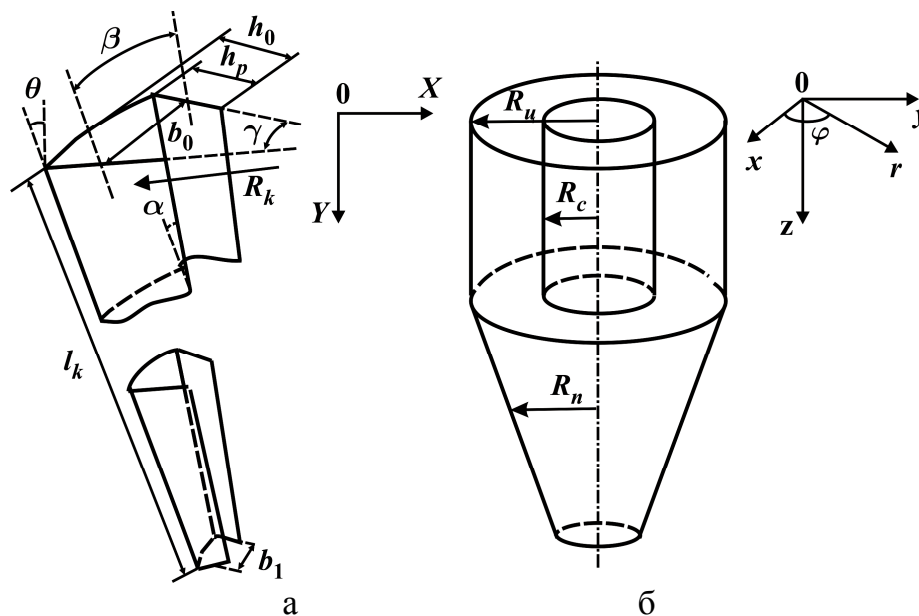


Рис. 1. Схемы межпластинчатого канала (а) и цилиндрикоконической части гидроциклона (б): h_p, h_0 – начальная высота пластин и межпластинчатого канала, м; b_0, b_1 – начальная и конечная ширина межпластинчатого канала, м; l_k – длина канала, м; α, β – угол конусности пластин и боковых стенок канала, град; γ – угол наклона боковых стенок канала, град; θ – угол наклона канала к оси OY , град; R_u, R_c – радиусы кривизны цилиндрической поверхности гидроциклона и внешней поверхности сливного патрубка; R_k, R_n – радиусы кривизны конической поверхности в данном сечении гидроциклона и перемешного слоя суспензии, м; l_c – длина цилиндрической части гидроциклона, м; r, z – радиальная и осевая цилиндрические координаты, м; φ – угловая цилиндрическая координата, град

При исследовании турбулентного потока суспензии в противоточном гидроциклоне рассмотрим два вида течений: двумерное турбулентное течение суспензии в межпластинчатом канале и трехмерное вихревое течение в цилиндрикоконической части гидроциклона [4].

Двухмерное турбулентное течение суспензии в межпластинчатом канале (рис 1,а) гидроциклона. Введем декартовую систему координат (x, y) . Воспользуемся уравнениями осредненного турбулентного движения двухфазной среды для случая локально однородной и изотропной турбулентности [3, 4]. В качестве гидродинамических параметров в уравнениях осредненного турбулентного движения рассматриваются их осредненные по времени значения.

Для тонких частиц:

$$\begin{cases} \operatorname{div} u = 0; \\ \frac{\partial u}{\partial t} + (u \nabla) u = \frac{1}{\rho} F - \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} P + \nu_o \Delta u; \\ \frac{\partial C_t}{\partial t} = \operatorname{div} (D_t \operatorname{grad} C_t - C_t u_t - B_t C_t F_t); \\ \frac{\partial u_t}{\partial t} + (u_t \nabla) u_t = \frac{1}{\rho_t} F_t - \frac{1}{\rho_t} \operatorname{grad} P_t + \nu_t \Delta u_t + \frac{\nu_t}{3} \operatorname{grad} (\operatorname{div} v_t), \end{cases} \quad (1)$$

где u_t , u – результирующие скорости тонких частиц и турбулентных вихрей разделяющей среды в данной точке потока суспензии, м/с; ρ_t , ρ – плотности твердых тонких частиц и жидкой фазы суспензии, кг/м³; F_t , F – результирующие объемных сил, действующих на тонкие частицы и турбулентные вихри разделяющей среды, отнесенные к единице объема суспензии, Н/м³; P , P_t – давления жидкой фазы в данной точке потока суспензии и на поверхностях тонких частиц, Па; ν_o , ν_t – коэффициенты турбулентной вязкости жидкой фазы и макровязкости тонких частиц, м²/с; C_t – объемная концентрация тонких частиц, д.е.; D_t – коэффициент турбулентной диффузии тонких частиц, м²/с; B_t – коэффициент подвижности тонких частиц, с/кг; t – текущее время, с.

Для мелких частиц:

$$\begin{cases} \operatorname{div} u = 0; \\ \frac{\partial u}{\partial t} + (u \nabla) u = \frac{1}{\rho} F - \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} P + \nu_o \Delta u; \\ \frac{\partial C_m}{\partial t} = \operatorname{div} (D_m \operatorname{grad} C_m - C_m u_m - B_m C_m F_m); \\ \frac{\partial u_m}{\partial t} + (u_m \nabla) u_m = \frac{1}{\rho_m} F_m, \end{cases} \quad (2)$$

где u_m – результирующая скорость мелких частиц в данной точке потока суспензии, м/с; ρ_m – плотность твердых мелких частиц, кг/м³; F_m – результирующая объемных сил, действующих на мелкие частицы, отнесенная к единице объема суспензии, Н/м³; C_m – объемная концентрация мелких частиц, д.е.; D_m – коэффициент турбулентной диффузии мелких частиц, м²/с; B_m – коэффициент подвижности мелких частиц, с/кг.

Для крупных частиц:

Гравітаційна сепарація

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{div} u = 0; \\ \frac{\partial u}{\partial t} + (u \nabla) u = \frac{1}{\rho} F - \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} P + \nu_o \Delta u; \\ \frac{\partial C_k}{\partial t} + u_k \operatorname{grad} C_k = 0; \\ \frac{\partial u_k}{\partial t} + (u_k \nabla) u_k = \frac{1}{\rho_k} F_k, \end{array} \right. \quad (3)$$

где u_k – результирующая скорость крупных частиц в данной точке потока суспензии, м/с; ρ_k – плотность твердых крупных частиц, кг/м³; F_k – результирующая объемных сил, действующих на крупные частицы, отнесенная к единице объема суспензии, Н/м³; C_k – объемная концентрация крупных частиц, д.е.

Соотношения для дифференциальных операторов в системах уравнений (1)-(3) можно представить следующим образом [3]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \equiv \operatorname{grad} \equiv \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j}; \\ \operatorname{div} = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}; \\ \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \end{array} \right.$$

где \vec{i} , \vec{j} – единичные векторы осей координат OX и OY .

Согласно работе [4] турбулентное течение суспензии в межпластинчатом канале происходит под действием силы тяжести. Тогда выражение для результирующей объемных сил, действующих на турбулентные вихри разделяющей среды, отнесенной к единице объема суспензии можно представить в виде [8]:

$$F = \rho g \bar{V} = \rho g \frac{V}{V_c}, \quad (4)$$

где g – ускорение свободного падения, м/с²; \bar{V} – относительный объем жидкой фазы суспензии; V_c – единичный объем суспензии, м³; V – объем, занимаемый жидкой фазой суспензии, м³.

Коэффициенты турбулентной диффузии для тонких, мелких и крупных частиц твердой фазы суспензии определяются следующим образом [14]:

$$\left\{ \begin{array}{l} D_t = \frac{1}{3} \lambda IU; \\ D_m = \frac{\lambda IU}{3 \left(1 + \frac{IU d_m^2 \rho_m}{18 \lambda \mu_c} \right)}; \\ D_k = -\frac{\lambda^3 \rho_c I^2 U^2}{54 d_k \mu_c}. \end{array} \right. \quad (5)$$

$$I = \sqrt[3]{\frac{\lambda}{L}},$$

где U – средняя скорость турбулентного потока суспензии, м/с; μ_c – динамическая вязкость суспензии, Н·с/м; ρ_c – плотность суспензии, кг/м³; I – интенсивность турбулентности, д.е.; L и λ – макро- и микромасштабы турбулентности, м.

Средняя скорость, плотность и динамическая вязкость турбулентного потока суспензии [2, 4] соответственно будут:

$$\left\{ \begin{array}{l} U = \frac{1}{\rho_c} [\rho_i C_i u_i + \rho u (1 - C_i)]; \\ \rho_c = \rho_i C_i + \rho (1 - C_i); \\ \mu_c = \mu \left[1 + 2 C_i (1 + 1,2 C_i^{2/3})^{-2} \right], \end{array} \right. \quad (6)$$

где C_i – средневзвешенная объемная концентрация твердых частиц в суспензии, д.е.; ρ_i – средневзвешенная плотность твердых частиц, кг/м³.

Для рассмотрения трехмерного вихревого течения суспензии в цилиндрической части гидроциклона (рис. 1,б) с учетом перемешивающего слоя введем цилиндрическую систему координат (r, φ, z). Здесь r, φ, z представляют собой радиальную, угловую и осевую цилиндрические координаты. Тогда соотношения для дифференциальных операторов, входящих в системы уравнений (1) – (3), согласно работам [4, 15] запишутся так:

Гравітаційна сепарація

$$\begin{cases} \nabla \equiv grad \equiv \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{\partial}{\partial z}; \\ div = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{\partial}{\partial z}; \\ \Delta = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \end{cases}$$

Результирующая объемных сил, действующих на турбулентные вихри разделяющей среды, отнесенная к единице объема суспензии при ее вихревом движении определяется как

$$F = \frac{1}{V_c} \left(\rho g V + \frac{\rho V u_\varphi^2}{r_s} \right), \quad (7)$$

где r_s – расстояние от оси симметрии вихревого потока до центра инерции единичного объема суспензии, м; u_φ – тангенциальная составляющая скорости единичного объема суспензии, м/с.

В выражении (7) второе слагаемое в скобках – центробежная сила.

По аналогии с выражениями (4) и (7) результирующая объемных сил, действующих на твердые частицы и единичный объем суспензии в гидроциклоне, определяется следующим образом.

В межпластинчатом канале

$$\begin{cases} F_i = \rho_i g \frac{1}{V_c} \sum_{i=1}^n V_i; \\ F_c = \rho_c g = \frac{1}{V_c} \left(\rho g V + \rho_i g \sum_{i=1}^n V_i \right), \end{cases} \quad (8)$$

где V_i – объем, занимаемый i -й компонентой твердой фазы суспензии, м³.

В цилиндрической части гидроциклона

$$\begin{cases} F_i = \frac{1}{V_c} \left(\rho_i g \sum_{i=1}^n V_i + \frac{\rho_i}{r_s} \sum_{i=1}^n V_i (u_\varphi)_i^2 \right); \\ F_c = \rho_c g + \frac{\rho_c (u_\varphi)_c^2}{r_s} = \frac{1}{V_c} \left(\rho g V + \frac{\rho V u_\varphi^2}{r_s} + \rho_i g \sum_{i=1}^n V_i + \frac{\rho_i}{r_s} \sum_{i=1}^n V_i (u_\varphi)_i^2 \right), \end{cases} \quad (9)$$

где $(u_\varphi)_i$, $(u_\varphi)_c$ – тангенциальные составляющие скорости частиц i -й компоненты твердой фазы и единичного объема суспензии, м/с.

Для расчета гидродинамических параметров суспензии воспользуемся методом контрольных объемов [12]. Согласно этому методу исследуемая область турбулентного течения разбивается на отдельные контрольные объемы, грани которых формируют ячейки неструктурированной сетки. Значения гидродинамических параметров определяют в средних и граничных точках треугольных ячеек (рис. 2).

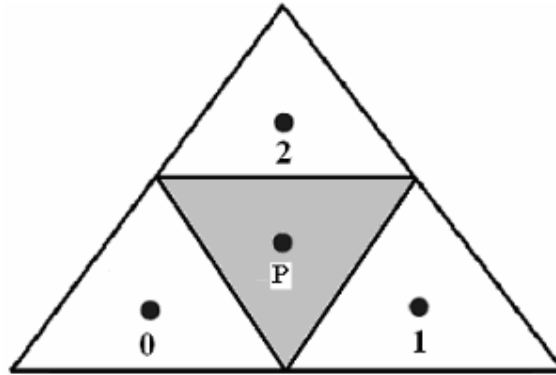


Рис. 2. Расположение ячеек неструктурированной сетки:
0, 1, 2 – средние точки соседних ячеек;
P – средняя точка контрольной ячейки

Между значениями гидродинамических параметров суспензии, определяемых в средних точках соседних ячеек, существует внутренняя и поверхностная дискретные связи. Эти связи используются при построении дискретных аналогов уравнений осредненного турбулентного движения двухфазной среды [12] (рис. 3).

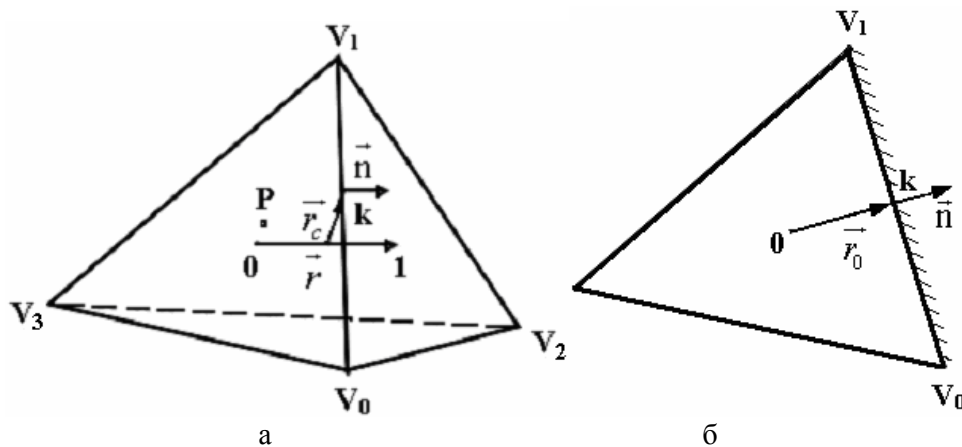


Рис. 3. Схемы дискретных связей (а – внутренняя, б – поверхностная) между соседними ячейками контрольного объема; V_0, V_1, V_2, V_3 – вершины контрольного объема; 0, 1, 2 – средние точки соседних ячеек (точка 2 на рисунке не показана); P – центр контрольного объема; k – граничная точка; \vec{n} – единичный вектор внешней нормали к грани контрольного объема (ячейки); \vec{r}_c – вектор, соединяющий центр отрезка 01 с точкой k; \vec{r} – вектор, соединяющий средние точки 0 и 1; \vec{r}_0 – вектор, соединяющий точки 0 и k

Гравітаційна сепарація

Свяжем размеры мелких и крупных ячеек неструктурированной сетки с максимальным диаметром тонких и крупных твердых частиц. Учитывая, что твердые частицы располагаются внутри ячеек, примем максимальный диаметр тонких и крупных частиц равным $100 \cdot 10^{-6}$ и $1500 \cdot 10^{-6}$ м соответственно. Тогда длины сторон мелких и крупных ячеек неструктурированной сетки равны $170 \cdot 10^{-6}$ и $2600 \cdot 10^{-6}$ м.

Построим в рассматриваемой области двумерного турбулентного течения суспензии в межпластинчатом канале гидроциклона (например, для ГЦ-75) неструктурированную сетку, состоящую из 484 крупных и 1452 мелких ячеек. Значения безразмерных гидродинамических параметров суспензии, определяемых в ячейках неструктурированной сетки, обозначим чертой вверху, а индексом j – их проекции на оси координат.

При определении поля концентраций и давлений воспользуемся соотношением для градиента скалярной функции $\Psi(x, y)$ [15]

$$\nabla \Psi(x, y) \equiv \text{grad } \Psi(x, y) = \frac{\partial \Psi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \Psi}{\partial y} \vec{j},$$

где ∇ – символический вектор-оператор.

Для определения градиента скалярной функции в ячейках неструктурированной сетки можно использовать приближенное соотношение [12]

$$\nabla \Psi(x, y) \equiv \text{grad } \Psi(x, y) \approx \Omega^{-1} \left(\sum_N \Psi_f \Delta y - \sum_N \Psi_f \Delta x \right),$$

где Ω – суммарная площадь граней контрольного объема, м^2 ; Δx , Δy – проекции сторон ячеек на оси координат OX и OY , м; N – число ячеек контрольного объема; $\Psi_f = 0,5(\Psi_p + \Psi_n)$ – среднее значение скалярной функции, определяемое по ее значениям в контрольной Ψ_p и соседней Ψ_n ячейках.

Значения гидродинамических параметров в средних точках ячеек неструктурированной сетки отличаются между собой на величину поправки (приращения), которая представляет собой изменение рассматриваемого параметра вдоль вектора \vec{r} (рис. 3, а) и имеет геометрический смысл. Отличие между значениями гидродинамических параметров в средних и граничных точках ячеек заключается в величине поправки, определяемой вдоль вектора \vec{r}_0 (рис. 3, б). Аналогичный смысл имеет поправка, определяемая в направлении вектора \vec{r}_c (рис. 3, а).

Векторы \vec{r} , \vec{r}_c характеризуют внутреннюю дискретную связь между соседними ячейками контрольного объема, а вектор \vec{r}_0 – внешнюю дискретную связь.

Выражения для производных векторной функции в проекциях на оси координат, определяемой в ячейках неструктурированной сетки, имеют вид [12]:

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{\varphi}_j}{\partial x_i} = \beta \frac{\bar{\varphi}_{j,1} - \bar{\varphi}_{j,0}}{|\bar{r}|} + \nabla \bar{\varphi}_j (\bar{n} - \beta \bar{r}); \\ \frac{\partial \bar{\varphi}_j}{\partial t} = \beta \frac{\bar{\varphi}_{j,1} - \bar{\varphi}_{j,0}}{\Delta \bar{t}} + \nabla \bar{\varphi}_j (\bar{n} - \beta \Delta \bar{t}), \end{cases}$$

где $\bar{\varphi}_{j,0}$, $\bar{\varphi}_{j,1}$ – значения векторной функции, определяемые в средних точках 0 и 1; $\Delta \bar{t}$ – заданный промежуток времени; β – коэффициент, учитывающий изменение размеров ячеек неструктурированной сетки [12]; $\nabla \bar{\varphi}_j$ – поправка на величину векторной функции $\bar{\varphi}_j$ по нормали к поверхности ячейки.

Уравнение импульсов для контрольной ячейки неструктурированной сетки следующее

$$A_p \bar{u}_{j,p} = \sum_N (A_n \bar{u}_{j,n} + G_{j,n}),$$

где $\bar{u}_{j,p}$, $\bar{u}_{j,n}$ – скорости суспензии в контрольной и соседних ячейках; A_p , A_n – коэффициенты, определяющие обмен импульсом между контрольной и соседней ячейками [5, 12]; $G_{j,n}$ – коэффициент, соответствующий скорости $\bar{u}_{j,n}$ [12].

Скорость суспензии в граничной точке (точка k на рис. 3) определяется следующим образом.

Для поверхностной дискретной связи

$$\bar{u}_{j,f} = \bar{u}_{j,0} + \nabla \bar{u}_{j,0} \bar{r}_0,$$

где $\bar{u}_{j,0}$ – скорость суспензии в точке 0; $\nabla \bar{u}_{j,0} \bar{r}_0$ – поправка на величину скорости $\bar{u}_{j,0}$.

Для внутренней дискретной связи

$$\bar{u}_{j,f} = \bar{u}_{j,c} + \nabla \bar{u}_{j,c} \bar{r}_c,$$

где $\bar{u}_{j,c} = 0,5(\bar{u}_{j,0} + \bar{u}_{j,1})$ – скорость суспензии в центре отрезка 01; $\bar{u}_{j,1}$ – скорость суспензии в точке 1; $\nabla \bar{u}_{j,c} \bar{r}_c$ – поправка на величину скорости $\bar{u}_{j,c}$.

Сила давления суспензии на поверхности ячейки

$$\bar{f}_{j,n} = \bar{p}_f \bar{n} \bar{S},$$

где \bar{S} – площадь поверхности ячейки, м²; \bar{p}_f – давление суспензии в граничной точке, определяемое как:

Збагачення корисних копалин, 2010. – Вип. 43(84)

Гравітаційна сепарація

$$\bar{p}_f = \bar{p}_c + \nabla \bar{p}_c \vec{r}_c,$$

где $\bar{p}_c = 0,5(\bar{p}_0 + \bar{p}_1)$ – давление суспензии в центре отрезка 01 (рис. 3,а); \bar{p}_0, \bar{p}_1 – давления суспензии в точках 0 и 1; $\nabla \bar{p}_c \vec{r}_c$ – поправка на величину давления \bar{p}_c .

Средний массовый расход суспензии через поверхность ячейки

$$\bar{Q}_n = \bar{\rho}_n \bar{u}_{j,f} \bar{S} \bar{n} - a_s [\bar{p}_1 - \bar{p}_0 - \nabla \bar{p}_c \vec{r}],$$

где $\bar{\rho}_n$ – плотность суспензии на входе в ячейку; a_s – коэффициент, определяемый в ячейке [12].

Давление суспензии на поверхности ячейки

$$\bar{p}_n = \bar{p}_n^* + a_p \bar{p}'_n, \quad (10)$$

где \bar{p}_n^* – предварительно полученная величина давления; \bar{p}'_n – поправка на величину давления \bar{p}_n^* ; $a_p = 0,1 - 0,3$ – коэффициент, характеризующий изменение поправки \bar{p}'_n [12].

Средний массовый расход суспензии, определяемый по предварительно полученной величине \bar{Q}_n^* ,

$$\bar{Q}_n = \bar{Q}_n^* + a_s [\bar{p}'_0 - \bar{p}'_1], \quad (11)$$

где \bar{p}'_0 и \bar{p}'_1 – поправки на величины давлений \bar{p}_0 и \bar{p}_1 .

Поправка на величину скорости в граничной точке

$$\bar{u}'_{j,f} = -\frac{a_s}{2\bar{\rho}_n \bar{S}} [\bar{p}'_1 - \bar{p}'_0] \bar{n}.$$

Тогда по аналогии с выражением (10) соотношение для скорости в граничной точке можно представить так:

$$\bar{u}_{j,f} = \bar{u}_{j,f}^* + a_u \bar{u}'_{j,f},$$

где $\bar{u}_{j,f}^*$ – предварительно полученная величина скорости; $\bar{u}'_{j,f}$ – поправка на величину скорости $\bar{u}_{j,f}^*$; a_u – коэффициент, характеризующий изменение по-

правки $\bar{u}_{j,f}$ [12].

Соотношение для объемной концентрации твердых частиц в ячейке можно представить как:

$$\bar{C}_n = \bar{C}_n^* + a_c \bar{C}'_n, \quad (12)$$

где \bar{C}_n^* – предварительно полученная величина объемной концентрации твердых частиц; \bar{C}'_n – поправка на величину объемной концентрации \bar{C}_n^* ; a_c – коэффициент, характеризующий изменение поправки \bar{C}'_n [12].

После подстановки выражения (12) в (6) определяют соответствующие значения плотности $\bar{\rho}_n$ и динамической вязкости $\bar{\mu}_n$ суспензии в ячейке.

Рассмотрим в качестве единичного объема суспензии V_c величину контрольного объема неструктурированной сетки $V_{i,p}$. Тогда с учетом уравнений (8), (11) для относительной величины результирующей объемных сил, действующих на контрольный объем суспензии получим

$$\bar{F}_{i,p} = \bar{\rho}_n \bar{g}_j \approx \frac{\bar{Q}_n \bar{g}_j}{\bar{u}_{j,f} \bar{S}},$$

С учетом формулы (5) соотношения для коэффициентов турбулентной диффузии в ячейке можно представить следующим образом:

$$\left\{ \begin{aligned} (\bar{D}_t)_n &= 3^{-1} \bar{u}_{j,f} \bar{\lambda}_n \bar{I}_n; \\ (\bar{D}_m)_n &= \frac{\bar{\lambda}_n \bar{I}_n \bar{u}_{j,f}}{3 \left(1 + \frac{\bar{I}_n \bar{u}_{j,f} \bar{d}_m^2 \bar{\rho}_m}{18 \bar{\lambda}_n \bar{\mu}_n} \right)}; \\ (\bar{D}_k)_n &= -\frac{\bar{\lambda}_n^3 \bar{\rho}_n \bar{I}_n^2 \bar{u}_{j,f}^2}{54 \bar{d}_k \bar{\mu}_n}. \end{aligned} \right.$$

Конвективное граничное условие для неустановившегося потока суспензии

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial \bar{u}}{\partial n} = 0,$$

где \bar{U} – результирующая скорость суспензии на входе в ячейку; \bar{u} – скорость суспензии по нормали к поверхности ячейки; \bar{t} – время.

Гравітаційна сепарація

Величина \bar{U} використовується при екстраполяції складових швидкості суспензії в точці R_1 , яка розташована таким образом, що вектор $\overline{OR_1}$ по нормалі n з'єднує точку R_1 зі середньою точкою O (рис. 4).

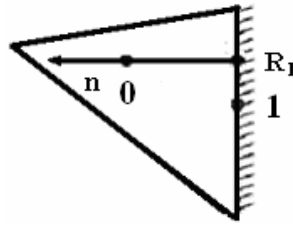


Рис. 4. Схема екстраполяції границі ячейки:
 $R_1, 1$ – граничні точки; O – середня точка; n – нормаль к границе ячейки

При осесиметричному винтовому русі швидкість U суспензії в циліндричній системі координат можна характеризувати трьома складовими [15]:

$$\begin{cases} u_z = -\frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r}; \\ u_r = \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial z}; \\ u_\varphi = \frac{1}{r} C(U), \end{cases} \quad (13)$$

де $C(U)$ – деяка функція змінної швидкості U .

Відомо, що

$$\begin{cases} (\text{rot } \bar{U})_r = -\frac{dC}{dU} u_r; \\ (\text{rot } \bar{U})_z = -\frac{dC}{dU} u_z. \end{cases} \quad (14)$$

Згідно Дж. Бетчелору, радіальні та вертикальні складові векторів $\text{rot } \bar{U}$ і \bar{U} пропорційні.

Рух суспензії, для якого $\text{rot } \bar{U} = -\frac{dC}{dU} u$, т.е. додатково до умови (13), приймає вигляд $(\text{rot } \bar{U})_\varphi = -\frac{dC}{dU} u_\varphi$, що підтверджує винтовий характер течії. По О.Ф. Васильєву, для однорідного винтового руху $\frac{dC}{dU} = K_0 = \text{const}$. Тому можна вважати, що $C = K_0 U$, тоді

$$\frac{\partial u_z}{\partial z} - \frac{\partial u_r}{\partial r} = (\text{rot } \vec{U})_\varphi = -Ku_\varphi.$$

С учетом выражения (14) получим

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + K^2 U = 0. \quad (15)$$

Для определения вектора скорости \vec{U} необходимо найти функцию $U(r, z)$, решая краевую задачу для уравнения (15), а затем вычислить u_z , u_r , u_φ из (13). При этом следует признать, что допущения об однородности винтового движения суспензии в гидроциклоне некорректны.

Граничные условия для турбулентного потока суспензии в межпластинчатом канале можно представить в следующем виде [4]:

по линии раздела разрыхленного и перемешанного слоев суспензии в гидроциклоне

$$\begin{aligned} \bar{u}_{j,f} = (\bar{u}_h)_j, \quad \bar{C}_n = (\bar{C}_h)_n, \quad \bar{p}_n = (\bar{p}_h)_n, \quad \bar{\rho}_n = (\bar{\rho}_h)_n, \quad \bar{\mu}_n = (\bar{\mu}_h)_n, \\ (\bar{D}_t)_n = \bar{D}_{1,n}, \quad (\bar{D}_m)_n = \bar{D}_{2,n}, \quad (\bar{D}_k)_n = \bar{D}_{3,n}, \quad \bar{Q}_n = (\bar{Q}_h)_n, \quad \bar{F}_{j,p} = (\bar{F}_h)_j; \end{aligned}$$

на дне канала

$$\begin{aligned} \bar{u}_{j,f} = (\bar{u}_0)_j, \quad \bar{C}_n = (\bar{C}_0)_n, \quad \bar{p}_n = (\bar{p}_0)_n, \quad \bar{\rho}_n = (\bar{\rho}_0)_n, \quad \bar{\mu}_n = (\bar{\mu}_0)_n, \quad (\bar{D}_t)_n = \bar{D}_{4,n}, \\ (\bar{D}_m)_n = \bar{D}_{5,n}, \quad (\bar{D}_k)_n = \bar{D}_{6,n}, \quad \bar{Q}_n = (\bar{Q}_0)_n, \quad \bar{F}_{j,p} = (\bar{F}_0)_j. \end{aligned}$$

Начальные условия, заданные на входе в межпластинчатый канал [4]:

$$\begin{aligned} \bar{u}_{j,f} = (\bar{u}_\varepsilon)_j; \quad \bar{C}_n = (\bar{C}_\varepsilon)_n; \quad \bar{p}_n = (\bar{p}_\varepsilon)_n; \quad \bar{\rho}_n = (\bar{\rho}_\varepsilon)_n; \quad \bar{\mu}_n = (\bar{\mu}_\varepsilon)_n; \quad (\bar{D}_t)_n = \bar{D}_{7,n}; \\ (\bar{D}_m)_n = \bar{D}_{8,n}; \quad (\bar{D}_k)_n = \bar{D}_{9,n}; \quad \bar{Q}_n = (\bar{Q}_\varepsilon)_n; \quad \bar{F}_{j,p} = (\bar{F}_\varepsilon)_j. \end{aligned}$$

Трехмерное вихревое течение суспензии в цилиндрической части гидроциклона. В целях упрощения расчета построим две неструктурированные сетки. Первая сетка строится в поперечном сечении цилиндрической части гидроциклона (например, для ГЦ-75) и состоит из 4284 крупных и 16065 мелких ячеек, а вторая – в продольном сечении цилиндрической части гидроциклона и состоит из 7632 крупных и 22896 мелких ячеек. Связь между расчетными значениями гидродинамических параметров суспензии, определяемых в ячейках неструктурированных сеток, осуществляется через их значения в граничных точках ячеек вдоль радиальной координаты r .

Гравітаційна сепарація

Проекції сторін ячеек в продольному сеченні гідроциклона (координатна плоскість rOz) строятся вдоль осей координат Ox и Oz , а в поперечном сеченні (координатна плоскість $rO\varphi$) они определяются посредством наложения декартовой системы координат x_1Oy_1 (рис. 5).

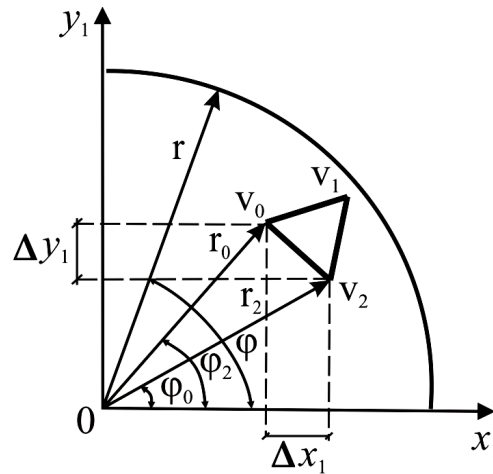


Рис. 5. Схема для определения проекций сторон ячеек неструктурированной сетки в поперечном сечении гидроциклона:
 r, φ – радиальная и тангенциальная координаты; V_0, V_1, V_2 – вершины ячейки;
 r_0, r_2 – радиальные координаты вершин V_0 и V_2 ; φ_0, φ_2 – тангенциальные координаты вершин V_0 и V_2 ; $\Delta x_1, \Delta y_1$ – проекции стороны ячейки V_0V_2 на оси координат Ox_1 и Oy_1

Соотношения между декартовыми и цилиндрическими координатами имеют вид [16]:

$$\begin{cases} x = r \cos \varphi; \\ y = r \sin \varphi; \\ z = z. \end{cases} \quad (16)$$

Согласно рис. 5 и соотношениям (16) проекции стороны ячейки V_0V_2 определяются как:

$$\begin{cases} \Delta x_1 = r_2 \cos \varphi_2 - r_1 \cos \varphi_1; \\ \Delta y_1 = r_1 \sin \varphi_1 - r_2 \sin \varphi_2. \end{cases}$$

Тогда соотношения для определения градиентов скалярной функции в поперечном и продольном сечениях гидроциклона можно записать в виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla\Psi(x_1, y_1) \equiv \text{grad } \Psi(x_1, y_1) \approx \Omega_q^{-1} \left(\sum_N \Psi_f \Delta y_1 - \sum_N \Psi_f \Delta x_1 \right); \\ \nabla\Psi(r, z) \equiv \text{grad } \Psi(r, z) \approx \Omega_q^{-1} \left(\sum_N \Psi_f \Delta z - \sum_N \Psi_f \Delta r \right), \end{array} \right.$$

где Ω_q – суммарная площадь граней контрольного объема в цилиндрической системе координат, м^2 ; Δr , Δz – проекции сторон ячеек на оси координат O_r и O_z .

Соотношения для производной векторной функции и гидродинамических параметров суспензии в ячейках неструктурированных сеток определяются как и для случая турбулентного движения суспензии в межпластинчатом канале гидроциклона.

При определении результирующей объемных сил, действующих на контрольный объем суспензии, используется соотношение (9).

В соответствии с работой [4] запишем граничные условия для вихревого течения суспензии в цилиндрической части гидроциклона. Гидродинамические параметры суспензии, определяемые в поперечном сечении цилиндрической части гидроциклона, записываются с индексом $k = 1, 2$ (x_1, y_1), а в продольном сечении его цилиндрической части – с индексом $q = (r, z)$.

На внешней поверхности сливного патрубка:

$$\begin{aligned} \bar{u}_{k,f} &= (\bar{u}_s)_k; \bar{u}_{q,f} = (\bar{u}_s)_q; (\bar{C}_n)_k = (\bar{C}_s)_k; (\bar{C}_n)_q = (\bar{C}_s)_q; (\bar{p}_n)_k = (\bar{p}_s)_k; (\bar{p}_n)_q = (\bar{p}_s)_q; \\ (\bar{\rho}_n)_k &= (\bar{\rho}_s)_k; (\bar{\rho}_n)_q = (\bar{\rho}_s)_q; (\bar{\mu}_n)_k = (\bar{\mu}_s)_k; (\bar{\mu}_n)_q = (\bar{\mu}_s)_q; (\bar{D}_t)_{k,n} = \bar{D}_{k,10}; \\ (\bar{D}_m)_{k,n} &= \bar{D}_{k,11}; (\bar{D}_k)_{k,n} = \bar{D}_{k,12}; (\bar{D}_t)_{q,n} = \bar{D}_{q,13}; (\bar{D}_m)_{q,n} = \bar{D}_{q,14}; (\bar{D}_k)_{q,n} = \bar{D}_{q,15}; \\ (\bar{Q}_n)_k &= (\bar{Q}_s)_k; (\bar{Q}_n)_q = (\bar{Q}_s)_q; \bar{F}_{k,p} = (\bar{F}_s)_k; \bar{F}_{q,p} = (\bar{F}_s)_q. \end{aligned}$$

На поверхности цилиндрической части гидроциклона:

$$\begin{aligned} \bar{u}_{k,f} &= (\bar{u}_l)_k; \bar{u}_{q,f} = (\bar{u}_l)_q; (\bar{C}_n)_k = (\bar{C}_l)_k; (\bar{C}_n)_q = (\bar{C}_l)_q; (\bar{p}_n)_k = (\bar{p}_l)_k; (\bar{p}_n)_q = (\bar{p}_l)_q; \\ (\bar{\rho}_n)_k &= (\bar{\rho}_l)_k; (\bar{\rho}_n)_q = (\bar{\rho}_l)_q; (\bar{\mu}_n)_k = (\bar{\mu}_l)_k; (\bar{\mu}_n)_q = (\bar{\mu}_l)_q; (\bar{D}_t)_{k,n} = \bar{D}_{k,16}; \\ (\bar{D}_m)_{k,n} &= \bar{D}_{k,17}; (\bar{D}_k)_{k,n} = \bar{D}_{k,18}; (\bar{D}_t)_{q,n} = \bar{D}_{q,19}; (\bar{D}_m)_{q,n} = \bar{D}_{q,20}; (\bar{D}_k)_{q,n} = \bar{D}_{q,21}; \\ (\bar{Q}_n)_k &= (\bar{Q}_l)_k; (\bar{Q}_n)_q = (\bar{Q}_l)_q; \bar{F}_{k,p} = (\bar{F}_l)_k; \bar{F}_{q,p} = (\bar{F}_l)_q. \end{aligned}$$

На поверхности воздушного столба:

Гравітаційна сепарація

$$\begin{aligned} \bar{u}_{k,f} &= (\bar{u}_b)_k; \bar{u}_{q,f} = (\bar{u}_b)_q; (\bar{C}_n)_k = (\bar{C}_b)_k; (\bar{C}_n)_q = (\bar{C}_b)_q; (\bar{p}_n)_k = (\bar{p}_b)_k; \\ (\bar{p}_n)_q &= (\bar{p}_b)_q; (\bar{\rho}_n)_k = (\bar{\rho}_b)_k; (\bar{\rho}_n)_q = (\bar{\rho}_b)_q; (\bar{\mu}_n)_k = (\bar{\mu}_b)_k; (\bar{\mu}_n)_q = (\bar{\mu}_b)_q; \\ (\bar{D}_t)_{k,n} &= \bar{D}_{k,22}; (\bar{D}_m)_{k,n} = \bar{D}_{k,23}; (\bar{D}_k)_{k,n} = \bar{D}_{k,24}; (\bar{D}_t)_{q,n} = \bar{D}_{q,25}; (\bar{D}_m)_{q,n} = \bar{D}_{q,26}; \\ (\bar{D}_k)_{q,n} &= \bar{D}_{q,27}; (\bar{Q}_n)_k = (\bar{Q}_b)_k; (\bar{Q}_n)_q = (\bar{Q}_b)_q; \bar{F}_{k,p} = (\bar{F}_b)_k; \bar{F}_{q,p} = (\bar{F}_b)_q. \end{aligned}$$

На поверхності соприкосновения перечистного слоя суспензии с внутренними кромками пластин:

$$\begin{aligned} \bar{u}_{k,f} &= (\bar{u}_w)_k; \bar{u}_{q,f} = (\bar{u}_w)_q; (\bar{C}_n)_k = (\bar{C}_w)_k; (\bar{C}_n)_q = (\bar{C}_w)_q; (\bar{p}_n)_k = (\bar{p}_w)_k; \\ (\bar{p}_n)_q &= (\bar{p}_w)_q; (\bar{\rho}_n)_k = (\bar{\rho}_w)_k; (\bar{\rho}_n)_q = (\bar{\rho}_w)_q; (\bar{\mu}_n)_k = (\bar{\mu}_w)_k; (\bar{\mu}_n)_q = (\bar{\mu}_w)_q; \\ (\bar{D}_t)_{k,n} &= \bar{D}_{k,28}; (\bar{D}_m)_{k,n} = \bar{D}_{k,29}; (\bar{D}_k)_{k,n} = \bar{D}_{k,30}; (\bar{D}_t)_{q,n} = \bar{D}_{q,31}; (\bar{D}_m)_{q,n} = \bar{D}_{q,32}; \\ (\bar{D}_k)_{q,n} &= \bar{D}_{q,33}; (\bar{Q}_n)_k = (\bar{Q}_w)_k; (\bar{Q}_n)_q = (\bar{Q}_w)_q; \bar{F}_{k,p} = (\bar{F}_w)_k; \bar{F}_{q,p} = (\bar{F}_w)_q. \end{aligned}$$

Начальные условия для цилиндрической части гидроциклона [4]:

$$\begin{aligned} \bar{u}_{k,f} &= (\bar{u}_\xi)_k; \bar{u}_{q,f} = (\bar{u}_\xi)_q; (\bar{C}_n)_k = (\bar{C}_\xi)_k; (\bar{C}_n)_q = (\bar{C}_\xi)_q; (\bar{p}_n)_k = (\bar{p}_\xi)_k; \\ (\bar{p}_n)_q &= (\bar{p}_\xi)_q; (\bar{\rho}_n)_k = (\bar{\rho}_\xi)_k; (\bar{\rho}_n)_q = (\bar{\rho}_\xi)_q; (\bar{\mu}_n)_k = (\bar{\mu}_\xi)_k; (\bar{\mu}_n)_q = (\bar{\mu}_\xi)_q; \\ (\bar{D}_t)_{k,n} &= \bar{D}_{k,34}; (\bar{D}_m)_{k,n} = \bar{D}_{k,35}; (\bar{D}_k)_{k,n} = \bar{D}_{k,36}; (\bar{D}_t)_{q,n} = \bar{D}_{q,37}; (\bar{D}_m)_{q,n} = \bar{D}_{q,38}; \\ (\bar{D}_k)_{q,n} &= \bar{D}_{q,39}; (\bar{Q}_n)_k = (\bar{Q}_\xi)_k; (\bar{Q}_n)_q = (\bar{Q}_\xi)_q; \bar{F}_{k,p} = (\bar{F}_\xi)_k; \bar{F}_{q,p} = (\bar{F}_\xi)_q. \end{aligned}$$

Начальные условия для конической части гидроциклона [4]:

$$\begin{aligned} \bar{u}_{k,f} &= (\bar{u}_\chi)_k; \bar{u}_{q,f} = (\bar{u}_\chi)_q; (\bar{C}_n)_k = (\bar{C}_\chi)_k; (\bar{C}_n)_q = (\bar{C}_\chi)_q; (\bar{p}_n)_k = (\bar{p}_\chi)_k; \\ (\bar{p}_n)_q &= (\bar{p}_\chi)_q; (\bar{\rho}_n)_k = (\bar{\rho}_\chi)_k; (\bar{\rho}_n)_q = (\bar{\rho}_\chi)_q; (\bar{\mu}_n)_k = (\bar{\mu}_\chi)_k; (\bar{\mu}_n)_q = (\bar{\mu}_\chi)_q; \\ (\bar{D}_t)_{k,n} &= \bar{D}_{k,40}; (\bar{D}_m)_{k,n} = \bar{D}_{k,41}; (\bar{D}_k)_{k,n} = \bar{D}_{k,42}; (\bar{D}_t)_{q,n} = \bar{D}_{q,43}; (\bar{D}_m)_{q,n} = \bar{D}_{q,44}; \\ (\bar{D}_k)_{q,n} &= \bar{D}_{q,45}; (\bar{Q}_n)_k = (\bar{Q}_\chi)_k; (\bar{Q}_n)_q = (\bar{Q}_\chi)_q; \bar{F}_{k,p} = (\bar{F}_\chi)_k; \bar{F}_{q,p} = (\bar{F}_\chi)_q. \end{aligned}$$

Блок-схема программы расчета гидродинамических параметров суспензии в противоточном гидроциклоне с перечисткой представлена на рис. 6. На первом этапе расчета в момент времени \bar{t} определяются значения гидродинамических параметров вихревого потока суспензии в поперечном сечении цилиндри-

ческой части гидроциклона. Далее с учетом соотношений для дискретных связей между соседними ячейками неструктурированной сетки проводится расчет гидродинамических параметров в продольном сечении цилиндрической части гидроциклона.

После выполнения условий сходимости переходят к временному шагу $\bar{t} + \Delta\bar{t}$. Вблизи входа в межпластинчатый канал значения гидродинамических параметров суспензии в ячейках неструктурированной сетки, построенной в продольном сечении гидроциклона, используются при составлении начальных условий для расчета двумерного турбулентного потока суспензии в канале. Аналогичным образом поступают при задании граничных условий по линии раздела разрыхленного и перечистного слоев суспензии. Указанная процедура необходима для стыковки рассматриваемых областей турбулентного течения суспензии. Значения гидродинамических параметров плоского турбулентного потока суспензии в межпластинчатом канале определяются в соответствии с блок-схемой (рис. 6).



Рис. 6. Блок-схема программы расчета гидродинамических параметров суспензии в противоточном гидроциклоне с перечисткой

Гравітаційна сепарація

При расчете гидродинамических параметров суспензии в противоточном гидроциклоне с перемеской методом контрольных объемов использовался специализированный пакет программ STAR-CD [5]. Пакет реализован на языке ФОРТРАН [16], а построение неструктурированной сетки выполнено на основе метода схлопывания граней [11].

Вывод и направления дальнейших исследований

Погрешность результатов расчета гидродинамических параметров суспензии в противоточном гидроциклоне с перемеской и без нее методом контрольных объемов по сравнению с экспериментальными данными [6, 7] составляет не более 8%. Это позволяет рекомендовать данный метод для расчета гидродинамических параметров сепарационных аппаратов по крупности и плотности зернистых материалов.

В дальнейших исследованиях рассмотренный метод расчета гидродинамических параметров планируется применить для проточных гидроциклонов.

Список литературы

1. **Елизарова Т.Г.** Лекции. Математические модели и численные методы в динамике жидкости и газа. Подходы, основанные на системах квазигазодинамических и квазигидродинамических уравнений [Текст] / Т.Г. Елизарова. – М.: МГУ, 2006. – 224 с.
2. **Фортъе А.** Механика суспензий [Текст] / А. Фортъе – М.: Мир, 1971. – 264 с.
3. **Кривошеков В.И.** Кинетический подход к выводу уравнений движения двухфазной среды в сепарационных аппаратах [Текст] / В.И. Кривошеков // Обогащение руд. – 2001. – №6. – С. 23-26.
4. **Кривошеков В.И.** Турбулентно-диффузионная модель гидроциклона с перемеской в его конической части [Текст] / В.И. Кривошеков // Збагачення корисних копалин: Наук.-техн. зб. – 2009. – Вип. 36(77)-37(78). – С. 90-103.
5. **Приходько А.А.** Компьютерные технологии в аэрогидродинамике и тепломассообмене [Текст] / А.А. Приходько. – К.: Наук. думка, 2003. – 379 с.
6. **Поваров А.И.** Гидроциклоны на обогатительных фабриках [Текст] / А.И. Поваров. – М.: Недра, 1978. – 232 с.
7. **Акопов М.Г.** Основы обогащения углей в гидроциклонах [Текст] / М.Г. Акопов. – М.: Недра, 1967. – 178 с.
8. **Иевлев В.М.** Численное моделирование турбулентных течений [Текст] / В.М. Иевлев. – М.: Наука, 1990. – 216 с.
9. **Шеретов Ю.В.** Математические модели гидродинамики: Учеб. пособие [Текст] / Ю.В. Шеретов. – Тверь: Тверской гос. ун-т, 2004. – 80 с.
10. **Роуч П.** Вычислительная гидродинамика [Текст] / П. Роуч. – М.: Мир, 1980. – 618 с.
11. **Волков К.Н.** Применение метода контрольного объема для решения задач механики жидкости и газа на неструктурированных сетках [Текст] / К.Н. Волков // Вычислительные методы и программирование. – 2005. – Т. 6. – С. 43-60.
12. Numerical predictions of low Reynolds number flows over two tandem circular cylinders [Text] / **B. Sharman, F. S. Lien, L. Davidson and C. Norberg** // International journal for numerical methods in fluids. Mechanics of liquids 2005; 47: P. 423-447.
13. **Елизарова Т.Г.** Численное моделирование течения вязкой несжимаемой жидкости в кубической камере [Текст] / Т.Г. Елизарова, О.Ю. Милукова // ЖВМ и МФ. – 2003. – Т.43, № 3. – С. 453-456.
14. **Кривошеков В.И.** Определение коэффициента диффузии твердых частиц в турбу-

Гравітаційна сепарація

лентном потоке суспензии [Текст] / В.И. Кривошеков // Збагачення корисних копалин: Наук.-техн. зб. – 1999. – Вип. 4 (45). – С. 77-78.

15. **Лойцянский Л.Г.** Механика жидкостей и газа [Текст] / Л.Г. Лойцянский. – М.: Наука, 1970. – 906 с.

16. **Бартењев О.В.** Современный Фортран [Текст] / О.В. Бартењев. – М.: Диалог-МИФИ, 2000. – 448 с.

© Кривошеков В.И., 2010

*Надійшла до редколегії 04.10.2010 р.
Рекомендовано до публікації д.т.н. Б.О. Блюсом*