

**Е.С. ЛАПШИН**, д-р техн. наук,

**А.И. ШЕВЧЕНКО**, канд. техн. наук

(Днепропетровск, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины)

### **ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОБЕЗВОЖИВАНИЯ МИНЕРАЛЬНОГО СЫРЬЯ ПРИ ВИБРАЦИОННОМ ГРОХОЧЕНИИ**

Для обезвоживания минерального сырья широко используется вибрационное грохочение. При тонком и сверхтонком грохочении удаление жидкости требует существенных энергозатрат, поскольку этому процессу препятствуют силы поверхностного натяжения, которые значительно превосходят силу тяжести [1, 2].

Частицы минерального сырья имеют случайную форму, размер, шероховатость, плотность и поверхностное натяжение. Из анализа научно-технической информации установлено, что на преодоление частицами сил, действующих со стороны жидкости, влияют следующие факторы: геометрические параметры частицы, ее плотность, поверхностное натяжение, плотность и вязкость жидкости; угол смачивания; амплитуда и частота вибровозбуждения. В статье [3] приведены результаты исследований о взаимодействии частиц, но не определено какую необходимо приложить энергию для преодоления поверхностного натяжения, когда частицы разного размера. Знание этой энергии позволяет рассчитать режимы вибровозбуждения, обеспечивающие эффективное удаление жидкости. Поэтому задача, направленная на дальнейшее исследование энергоемкости процесса обезвоживания, несомненно, актуальна.

Исходя из изложенного цель работы – определение удельной энергии, необходимой для обезвоживания минерального сырья при вибрационном грохочении.

Минеральное сырье будем моделировать контактирующими шаровыми частицами различного размера (рис. 1). Обозначим меньшую частицу 1, большую – 2, а их радиусы  $R_1$  и  $R_2$ . Жидкость удерживается между частицами силами поверхностного натяжения. Мениском 3 назовем жидкое тело. Его будем характеризовать меридиональным радиусом  $R_m$  и центральным углом  $\alpha_1$  (угловой размер мениска). Проведем касательную  $\tau_0$  в точке контакта частиц  $O$ , а также касательные  $\tau_{m1}$ ,  $\tau_{m2}$  и  $\tau_1, \tau_2$  в точках контакта  $A$  и  $B$  свободной поверхности жидкости и поверхности частицы.

Так как угол между радиусом  $R_2$  и касательной  $\tau_2$  равен  $\pi/2$ , а между касательными  $\tau_2$  и  $\tau_{m2}$  –  $\theta$ , то  $\angle O_2AO_3 = \pi/2 + \theta$ , где  $\theta$  – краевой угол. Из треугольника  $O_2AO_3$  следует  $\angle O_2O_3A = \pi/2 - (\alpha_2 + \theta)$ . Стороны углов  $AO_mC$  и  $O_2O_3A$  взаимно перпендикулярны, поэтому имеем

$$\beta_2 = \pi/2 - (\alpha_2 + \theta).$$

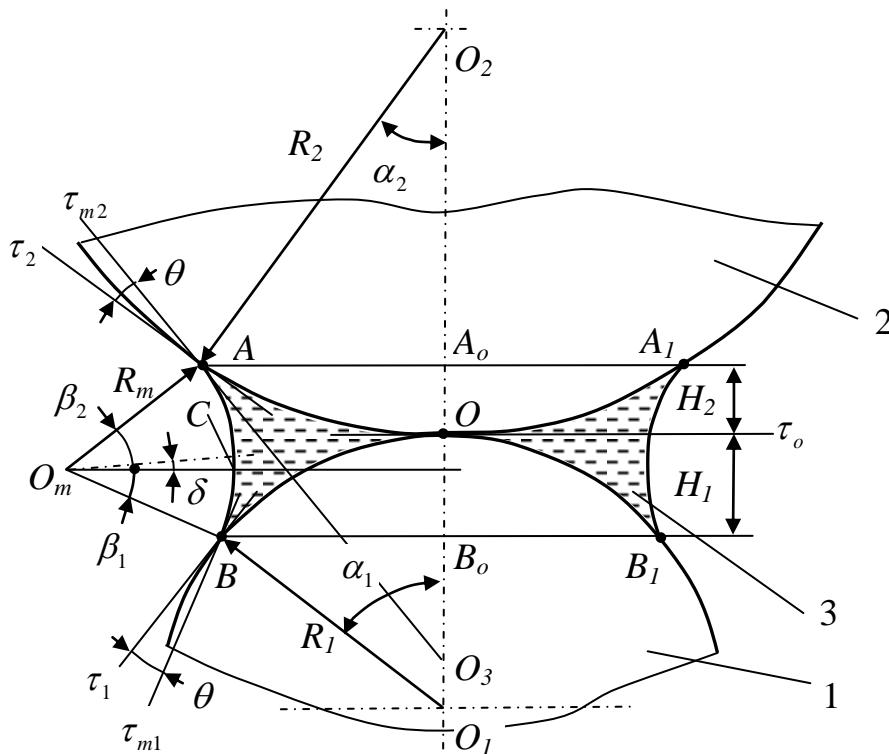


Рис. 1. Расчетная схема для вычисления площади и объема мениска:  
1 и 2 – частицы; 3 – мениск

Аналогичные соотношения для касательных  $\tau_2$  и  $\tau_{m2}$  в точке  $B$ , запишем

$$\beta_1 = \pi/2 - (\alpha_1 + \theta). \quad (2)$$

Далее вычислим разность отрезков

$$AA_o - BB_o = R_2 \sin \alpha_2 - R_1 \sin \alpha_1. \quad (3)$$

Разность отрезков можно вычислить и через радиус  $R_m$

$$AA_o - BB_o = R_m \cos \beta_1 - R_m \cos \beta_2. \quad (4)$$

С учетом (3) и (4) получим уравнение

$$R_m \cos \beta_1 - R_m \cos \beta_2 = R_2 \sin \alpha_2 - R_1 \sin \alpha_1. \quad (5)$$

Вычислим длину отрезка

$$A_oB_o = R_1(1 - \cos \alpha_1) + R_2(1 - \cos \alpha_2). \quad (6)$$

Через радиус мениска этот же отрезок может быть выражен

$$A_o B_o = R_m \sin \beta_1 + R_m \sin \beta_2. \quad (7)$$

Отсюда следует уравнение

$$R_m \sin \beta_1 + R_m \sin \beta_2 = R_1(1 - \cos \alpha_1) + R_2(1 - \cos \alpha_2) \quad (8)$$

Получим систему уравнений, подставляя (1) и (2) в (5) и (8),

$$R_m \sin(\alpha_1 + \theta) - R_m \sin(\alpha_2 + \theta) = R_2 \sin \alpha_2 - R_1 \sin \alpha_1, \quad (9)$$

$$R_m \cos(\alpha_1 + \theta) + R_m \cos(\alpha_2 + \theta) = R_1(1 - \cos \alpha_1) + R_2(1 - \cos \alpha_2). \quad (10)$$

Здесь неизвестные  $R_m$  и  $\alpha_2$ .

Аналитическое решение настолько громоздкое, что приводит к непреодолимым трудностям в его применении, поэтому система решалась численно.

Введем безразмерные переменные:  $R_m^* = R_m/R_1$ ,  $R_2^* = R_2/R_1$ , которые соответственно назовем относительными радиусами мениска и крупной частицы.

Результаты численного определения  $R_m^*$  для случая  $\theta = 0^\circ$ , когда максимальны затраты на образование новой межфазной поверхности, приведены на рис. 2.

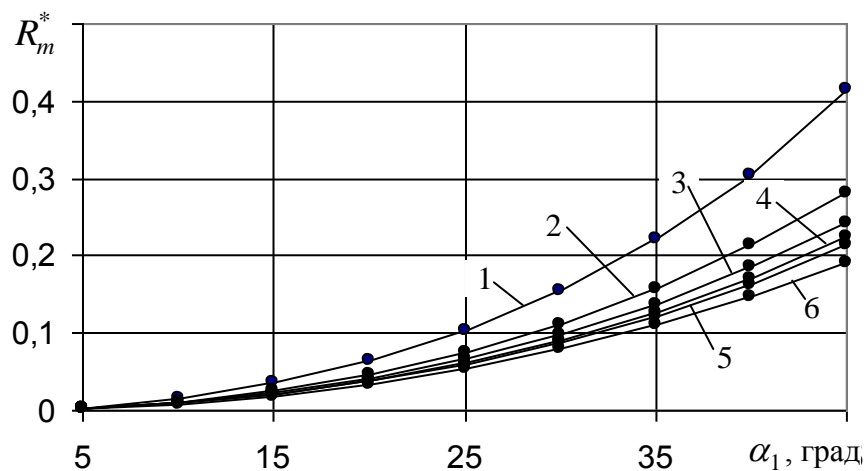


Рис. 2. Зависимость безразмерного радиуса мениска от угла  $\alpha_1$  ( $\theta = 0^\circ$ )

• – расчетные значения, — — аппроксимация,

1, 2, 3, 4, 5 и 6 –  $R_2^* = 1, 2, 3, 4, 5$  и 10

Аппроксимация расчетных данных выполнена кусочно-линейной функцией  $R_m^* = \varphi(\alpha_1)$ , которая состоит из восьми линейных функций  $R_{m,i}^* = a_i + b_i \alpha_{1,i}$ , построенных на интервалах:  $[5^\circ, 10^\circ]$ ,  $(10^\circ, 15^\circ]$ ,  $(15^\circ, 20^\circ]$ ,  $(20^\circ, 25^\circ]$ ,  $(25^\circ, 30^\circ]$ ,  $(30^\circ, 35^\circ]$ ,  $(35^\circ, 40^\circ]$ ,  $(40^\circ, 45^\circ]$ . Здесь  $i=1, 2, \dots, 8$  обозначает номер интервала.

## **Зневоднення та сушіння. Водно-шламове господарство**

Круглая скобка обозначает открытую границу интервала, квадратная – закрытую. Коэффициенты линейных функций для  $R_m^* = 1, 2, 3, 4, 5$  и  $10$  приведены в таблицах 1 и 2 (в знаменателе указаны  $a_{1,i}$ , а в числителе даны  $b_i$ ). Функция  $R_m^* = \varphi(\alpha_1)$  проходит через расчетные значения, обозначенные точками.

*Таблиця 1*

Коэффициенты кусочно-линейной функции ( $5 \leq \alpha_1 \leq 25$ )

$R_2^*$	$5 \leq \alpha_1 \leq 10$	$10 < \alpha_1 \leq 15$	$15 < \alpha_1 \leq 20$	$20 < \alpha_1 \leq 25$
1	$\frac{-0,0077860}{0,0023212}$	$\frac{-0,0242820}{0,0039708}$	$\frac{-1,7841900}{0,1212980}$	$\frac{2,7953300}{-0,1076780}$
2	$\frac{-0,0058050}{0,0017330}$	$\frac{-0,0178770}{0,00294020}$	$\frac{-0,0372960}{0,0042348}$	$\frac{0,0653200}{0,0056360}$
3	$\frac{-0,0051460}{0,0015378}$	$\frac{-0,0157920}{0,0026024}$	$\frac{-0,0326910}{0,0037290}$	$\frac{0,0569550}{0,0049422}$
4	$\frac{-0,0048200}{0,0014406}$	$\frac{-0,0147620}{0,0024348}$	$\frac{-0,0304400}{0,0034800}$	$\frac{-0,0530000}{0,0046080}$
5	$\frac{-0,0046230}{0,0013822}$	$\frac{-0,0141430}{0,0023342}$	$\frac{-0,0291400}{0,0033340}$	$\frac{-0,0505400}{0,0044040}$
10	$\frac{-0,0042320}{0,0012658}$	$\frac{-0,0129220}{0,0021348}$	$\frac{-0,0265300}{0,0030420}$	$\frac{-0,0457700}{0,0040040}$

*Таблиця 2*

Коэффициенты кусочно-линейной функции ( $25 < \alpha_1 \leq 45$ )

K	$25 < \alpha_1 \leq 30$	$30 < \alpha_1 \leq 35$	$35 < \alpha_1 \leq 40$	$40 < \alpha_1 \leq 45$
1	$\frac{-0,1532200}{0,0102640}$	$\frac{-0,2419000}{0,0132200}$	$\frac{-0,3714000}{0,0169200}$	$\frac{-0,5650000}{0,0217600}$
2	$\frac{-0,1050200}{0,0072240}$	$\frac{-0,1596200}{0,0090440}$	$\frac{-0,2342400}{0,0111760}$	$\frac{-0,3368000}{0,0137400}$
3	$\frac{-0,0907500}{0,0062940}$	$\frac{-0,1361100}{0,0078060}$	$\frac{-0,1967300}{0,0095380}$	$\frac{-0,2776900}{0,0115620}$
4	$\frac{-0,0837500}{0,0058380}$	$\frac{-0,1246700}{0,0072020}$	$\frac{0,1796200}{0,0087720}$	$\frac{-0,2514600}{0,0105680}$
5	$\frac{-0,0796400}{0,0055680}$	$\frac{-0,1184000}{0,0068600}$	$\frac{-0,1694300}{0,0083180}$	$\frac{0,2359900}{0,0099820}$
10	$\frac{-0,0715200}{0,0050340}$	$\frac{-0,1059000}{0,0061800}$	$\frac{-0,1506300}{0,0074580}$	$\frac{-0,2067900}{0,0088620}$

Подставляя  $R_m^*$  в уравнение (9), найдем

$$\alpha_2 = \arcsin \left[ \left( \frac{R_m^* + 1}{R_m^* + R_2^*} \right) \sin \alpha_1 \right].$$

Аналитические решения системы (9), (10) могут быть получены для двух

## **Зневоднення та сушіння. Водно-шламове господарство**

частних випадків, описаних в роботах [2, 4], які мають важке практичне значення. Це рішення для частинок з однаковими радіусами і для частинки, контактуючої з площиною.

Підставляючи  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$  і  $R_1 = R_2 = R$  в (10) маємо рішення для частинок з однаковими радіусами

$$R_m = \frac{R(1 - \cos \alpha)}{\cos(\alpha + \theta)}. \quad (11)$$

Якщо в рівняння (10) підставимо  $\alpha_2 = 0$  і  $R_2 = \infty$  отримаємо рішення для частинки, контактуючої з площиною

$$R_m = \frac{R(1 - \cos \alpha)}{\cos \theta + \cos(\alpha + \theta)}. \quad (12)$$

Площа вільної поверхні мениска отримаємо, застосовуючи першу теорему Гюльдена

$$S = 2\pi R_m \left\{ \left[ R_2 \sin \alpha_2 + R_m \sin(\alpha_2 + \theta) \right] (\pi - \alpha_1 - \alpha_2 - 2\theta) - 2R_m \cos(\alpha_1/2 + \alpha_2/2 + \theta) \cos(\alpha_1/2 - \alpha_2/2) \right\}. \quad (13)$$

Площі сферичних сегментів  $BOB_1$  і  $AOA_1$  відповідно рівні [5]

$$S_2 = 2\pi R_2 H_2; \quad (14)$$

$$S_1 = 2\pi R_1 H_1, \quad (15)$$

де  $H_1 = R_1(1 - \cos \alpha_1)$  і  $H_2 = R_2(1 - \cos \alpha_2)$  – висоти сегментів.

В вигляді різниці об'ємів можна представити об'єм мениска

$$V_m = V_{uk} - V_t - V_1 - V_2, \quad (16)$$

де  $V_{uk}$  – об'єм усеченого конуса  $AA_1B_1B$ ;  $V_t$  – об'єм тіла, утвореного обертанням сегмента  $ACB$  навколо осі  $OO_1$ ;  $V_1$  і  $V_2$  – об'єми сферичних сегментів  $AOA_1$  і  $BOB_1$ .

Об'єм усеченого конуса  $AA_1B_1B$  [5]

$$V_{uk} = \pi H (R_1^2 + R_1 R_2 + R_2^2), \quad (17)$$

где  $H = H_1 + H_2$  – высота.

С помощью второй теоремы Гюльдена определим объем  $V_t$

$$V_t = \pi R_m^2 \left[ \pi - \alpha_1 - \alpha_2 - 2\theta - \sin(\alpha_1 + \alpha_2 + 2\theta) \right] \left\{ R_2 \sin \alpha_2 + R_m \sin(\alpha_2 + \theta) - \frac{2}{3} \times \right. \\ \left. \times \frac{R_m \cos^3(\alpha_1/2 + \alpha_2/2 + \theta) \cos(\alpha_1/2 - \alpha_2/2)}{\pi/2 - \alpha_1/2 - \alpha_2/2 - \theta - \cos(\alpha_1/2 + \alpha_2/2 + \theta) \sin(\alpha_1/2 + \alpha_2/2 + \theta)} \right\}. \quad (18)$$

Объемы шаровых сегментов  $BOB_1$  и  $AOA_1$  соответственно равны [5]

$$V_1 = \pi H_1^2 (3R_1 - H_1)/3; \quad (19)$$

$$V_2 = \pi H_2^2 (3R_2 - H_2)/3. \quad (20)$$

Таким образом, все слагаемые в (16) определены. Из-за громоздкости конечная формула для вычисления объема мениска не приведена.

При вычислении энергии на образование новой межфазной поверхности [6], чтобы оценить максимальную энергию, затрачиваемую при удалении мениска, будем считать, что на частицах остается гидратный слой.

$$E_s = 2\sigma(S_1 + S_2), \quad (21)$$

где  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения воды на границе с воздухом.

Будем характеризовать энергией  $E_s$ , приходящейся на единицу массы мениска, энергоемкость удаления влаги т. е.

$$E_u = \frac{E_s}{\rho V_m}, \quad (22)$$

где  $\rho$  – плотность воды.

Иными словами, удельная энергия – это минимальные энергетические затраты на удаление влаги, поскольку при ее вычислении не учтена энергия на деформацию и диссипацию, которые могут быть определены методами гидродинамики.

Полученные зависимости (1)-(22) позволяют проанализировать влияние различных факторов на затраты удельной энергии.

Например, на рис. 3 приведена зависимость удельной энергии образования новой межфазной поверхности от углового размера мениска и относительного радиуса крупной частицы  $R_2^*$  при  $\theta = 0^\circ$ .

## Зневоднення та сушіння. Водно-шламове господарство

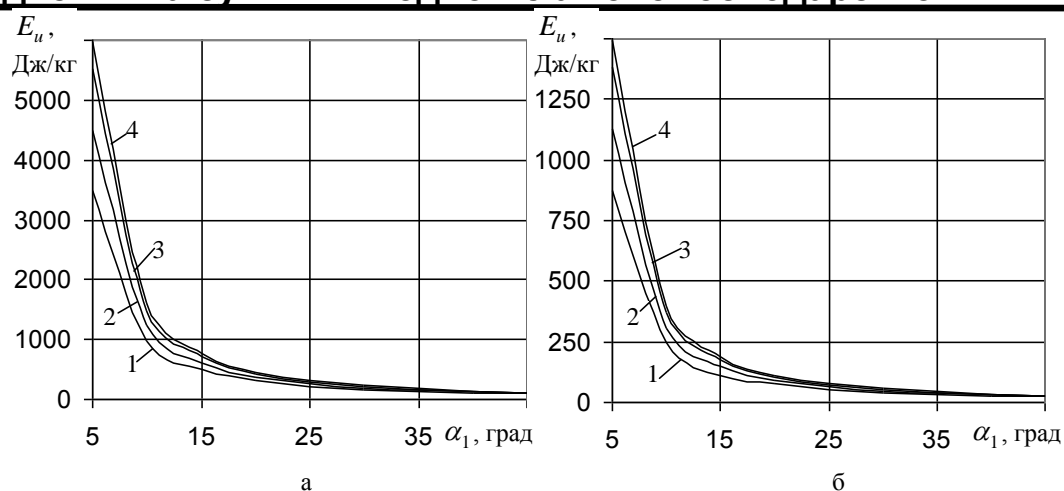


Рис. 3. Зависимость удельной энергии образования новой межфазной поверхности от углового размера мениска и относительного радиуса крупной частицы:

а и б – радиусы частиц 0,025 и 0,1 мм

1, 2, 3 и 4 –  $R_2^* = 1, 2, 5$  и  $10$

Из рис. 3 следует, что с увеличением относительного размера  $R_2^*$  крупной частицы, чем меньше угловой размер мениска (иными словами, чем меньше влажность), тем большая удельная энергия необходима для удаления жидкости. Так, для частиц с относительными радиусами  $R_2^* = 2$  и  $10$  мм с уменьшением мениска с  $\alpha_1 = 45^\circ$  до  $\alpha_1 = 5^\circ$  удельная энергия соответственно возрастает более чем в 40 и 50 раз.

Выполненная оценка затрат энергии, необходимой для удаления жидкости из минерального сырья, позволит определить параметры вибровозбуждения как при создании грохотов так и при эксплуатации.

Результаты, приведенные в работе, будут использованы для разработки методики определения конструктивных и динамических параметров грохота, обеспечивающего повышение эффективности обезвоживания и классификации.

### Список литературы

1. Meinel, A. Zu den Grundlagen der Klassierung sieschwieriger Materialien // Aufbereitungs-Technik. – 1999. – N 7. – S. 313–3271.
2. Бейлин, М.И. Теоретические основы процессов обезвоживания углей. – М.: Недра, 1969. – 240 с.
3. Определение условий равновесного состояния частицы, висящей на перетяжке жидкости / В.П. Надутый, В.И. Елисеев, В.И. Луценко и др. // Науковий вісник Національного гірничого університету: 2008 – Вип. 10. – С. 46-49.
4. Коротич В.И. Теоретические основы окомкования железорудных материалов. – М.: Металлургия, 1966. – 152 с.
5. Бронштейн, И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. – М.: Наука, 1981. – 720 с.
6. Фролов, Ю.Г. Курс коллоидной химии (Поверхностные явления и дисперсные системы). – М.: Химия, 1982. – 400 с.

© Лапшина Е.С., Шевченко А.И., 2012

Надійшла до редколегії 02.04.2012 р.

Рекомендовано до публікації д.т.н. В.П. Надутим