УДК [622.693.1](043.3)

В.Е. КИРИЧЕНКО, канд. техн. наук, Н.Н. ХВОРОСТЯНОЙ (Украина, Днепропетровск, Национальный горный университет)

РАЗРАБОТКА КОМПЛЕКСНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ НАСОСНОЙ УСТАНОВКИ ДЛЯ ОТКАЧКИ ШАХТНОЙ ВОДЫ В ВИДЕ ВОДОВОЗДУШНОЙ СМЕСИ

В результате многолетнего ведения горных работ по добыче полезных ископаемых возникает необходимость перехода на глубокие горизонты. В связи с этим усложняются условия строительства и эксплуатации шахт, в частности организация водоотлива.

Вопросы организации водоотлива глубоких шахт были исследованы в достаточно большем количестве научных трудов список которых приведен в работе [2]. Было установлено, что при равных условиях надежность и эффективность работы водоотлива, в схеме предусматривающей непосредственную откачку шахтной воды на земную поверхность специальными высоконапорными насосами будет выше, чем в схеме предусматривающей применение перекачных насосных станций [2]. Однако организация прямой схемы водоотлива приводит к высоким давлениям в нижних сечениях трубопроводов, что является серьезной проблемой в виду отсутствия надежной запорно-регулирующей арматуры.

Одним из практических путей снижения давления в нагнетательных трубопроводах насосных установок может быть организация водоотлива в виде водовоздушной смеси[3], плотность которой меньше плотности воды, что и обеспечивает желаемый эффект. В этом случае напорный трубопровод будет транспортировать двухфазную смесь. Данный способ, как альтернативный, был предложен в Днепропетровском горном институте заведующим кафедрой горной механики докт. техн. наук, профессором В.А. Мурзиным. Авторы статьи отдают себе отчет в том, что едва ли предлагаемый способ в скором времени будет реализован на практике. Вместе с тем они выражают надежду, что приведенные ниже разработки могут быть востребованы со временем при переходе на глубокие горизонты, а также в смежных областях горной науки связанные с двухфазными средами. Кроме того двухфазные потоки широко распространены и в других областях техники. В ядерной энергетики возможно вскипание циркулирующего теплоносителя в контуре ядерного реактора, охлаждаемого водой, в результате падения давления во время штатных переходных режимов или возможных аварий с потерей теплоносителя. В нефтедобывающей отрасли погруженные насосы перекачивают двухфазную смесь, поскольку нефть содержит значительное количество газа. В процессах обогащения часто возникают ситуации, когда приходится иметь дело с двухфазными потоками и так далее. Поэтому разработка математического аппарата для расчета параметров имеет высокую научную актуальность. В связи с этим важно понять механизм

явлений происходящих при прокачке и транспортировке реальных многофазных сред.

Известен способ регулирования режимов работы нагнетательной установки впуском воздуха на всас насоса, приводящий к потере напора, производительности и мощности насосного агрегата. В отличие от известного способа в данной статье предлагается подавать воздух в промежуточную ступень многосекционного центробежного насоса, при этом все предшествующие ступени работают только на воде.

Замена энергоемкого компрессора на высоконапорный насосный агрегат, в совокупности с купированием пневматической энергии выгодно отличают предлагаемую установку от традиционных эрлифтов[3].

Поэтому целью настоящей работы является разработка математической модели насосной установки описывающей процессы транспортировки водовоздушной смеси в нагнетательном трубопроводе, а также процессы движения одно и двухфазных сред, в проточных частях многосекционного центробежного насоса и выявление основных механизмов снижения напора многоступенчатого насоса, первые ступени которого перекачивают только шахтную воду, а последующие осуществляют ее перекачку в виде водовоздушной смеси.

Схема насосной установки, осуществляющая предлагаемый способ шахтного водоотлива показана на рис. 1. На схеме представлен многоступенчатый насос 1 с всасывающим 2 и нагнетательным 3 трубопроводами, компрессор 4, расположенный в промежуточном сечении нагнетательного трубопровода, аккумулятор пневмоэнергии 5, соединенный дополнительным трубопроводом 6 с промежуточной ступенью 7 насоса 1 и компрессором 4. При этом все сообщенные с аккумулятором 5 трубопроводы снабжены управляемыми задвижками [6].

Согласно предлагаемому способу отделяемый от жидкости в аккумуляторе сжатый воздух вновь подается в промежуточную ступень насоса и цикл повторяется. Таким образом, основная часть нагнетательного трубопровода длиной *H-X* (рис.1) заполнена водовоздушной смесью, плотность которой меньше плотности воды, что и обеспечивает снижение давления в нижнем сечении этого трубопровода.

В процессе работы установки в роли нагнетателя, дожимающего сжатый воздух до давления, необходимого для его поступления из аккумулятора 5 повторно в нагнетательный трубопровод 3, выступает многоступенчатый насос 1, а компрессор 4 служит лишь для восполнения не контролированных утечек сжатого воздуха.

Основным конструктивным параметром, определяющим эффективность работы установки является координата местоположения аккумулятора, минимизирующая давление в нижнем сечении нагнетательного трубопровода за счет установления оптимального соотношения между количеством, а также степенью сжатия, подаваемого в промежуточную ступень насоса воздуха, и длиной участка нагнетательного трубопровода, заполненного водовоздушной смесью.



Рис. 1. Схема насосной установки

Рациональное местоположение аккумулятора определялось в результате многофакторного числового эксперимента методом последовательных приближений. Первое из которых рассматривает реальную внешнюю сеть и идеальный насос, в котором не учитываются процессы влияющие на изменение его напора и производительности при прокачке водовоздушной смеси.

Опираясь на метод последовательных приближений, разработка математической модели представляет последовательное рассмотрение внешней сети и насосного агрегата. Для рассмотрения внешней сети данной установки используется упрощенная математическая модель представлена ниже:

$$\frac{Q_{ba}p_a}{p} = \alpha \left(Q_l + \frac{Q_{ba}p_a}{p} \right) \tag{1}$$

$$p = p_a + \rho_l g X + \frac{\lambda X \rho_l w_l^2}{2d}$$
(2)

$$p_{H} = p + \rho_{cM,cp}g(H - X) + \frac{\lambda(H - X)\rho_{cM,cp}\omega^{2}}{2d}$$
(3)

$$w_l = \frac{4Q_l}{\pi d^2} \tag{4}$$

$$\rho_{cm,cp} = \frac{\rho_l Q_l + \rho_{b,cp} Q_{b,cp}}{Q_l + Q_{b,cp}} \tag{5}$$

$$Q_{b.cp} = \frac{2Q_{b.a}p_a}{p+p_{_H}} \tag{6}$$

$$\rho_{b.cp} = \frac{p + p_{\mu}}{2RT} \tag{7}$$

$$\rho_{cm.cp} = \frac{(p + p_{H})(\rho_{l}Q_{l}RT + Q_{b.a}p_{a})}{RT(Q_{l}[p + p_{H}] + 2Q_{b.a}p_{a})}$$
(8)

$$\omega = \frac{4Q_l}{\pi d^2} + \frac{8Q_{b.a}p_a}{\pi d^2(p+p_{_H})}$$
(9)

где Q_b – объемный расход сжатого воздуха на уровне аккумулятора (X), м³/с; p_a – атмосферное давление, Па; p – абсолютное давление в аккумуляторе, Па; α – объемное газосодержание смеси на уровне аккумулятора (X); Q_l – объемный расход жидкостного компонента потока, m^3/c ; ρ_l – плотность жидкости, кг/м³; g – ускорение свободного падения, м/c²; X – координата месторасположения аккумулятора, м; λ – коэффициент Дарси; w_l – скорость движения жидкостного компонента смеси в нагнетательном трубопроводе на участке X, м / с; d – диаметр нагнетательного трубопровода, м; *p_н* – абсолютное давление в нижнем сечении нагнетательного трубопровода, Па; $\rho_{см.ср}$ – средняя плотность водовоздушной смеси на участке H - X нагнетательного трубопровода, кг/м³; ω – средняя скорость движения водовоздушной смеси на участке трубопровода H - X, м/с; H – высота подъема воды, м, Q_{ba} – объемный расход воздуха при атмосферном давлении, м³/с; ρ_{2cp} – средняя плотность сжатого воздуха на участке трубопровода H - X, кг/м³; Q_{bcp} – средний объемный расход сжатого воздуха на участке H - X нагнетательного трубопровода, м³/с; $\hat{R} = 278$ Дж / (кг · К) – газовая постоянная для воздуха; *T* – температура сжатого воздуха, °К.

С использованием данной модели получены зависимости давления p_{μ} от глубины расположения аккумулятора X для различных значений α , при H=1000 м, $Q_1 = 0,083$ м³/с, T = 293 °K, $\rho = 1000$ кг/м³ и d = 0,22 м которые представлены на рис. 2.



Рис. 2. Зависимость давления в нижнем сечении нагнетательного трубопровода от глубины расположения аккумулятора

Из графика следует, что функция $p_{H}=f(x)$ при фиксированных значениях H, Q_{I} и α имеет экстремумы, характеризующиеся минимальными значениями давлений в нижнем сечении нагнетательного трубопровода $p_{H.min}$, что соответствует наивыгоднейшим месторасположениям аккумулятора.

Таким образом в первом приближении, не учитывающем процессы происходящие в насосе при прокачке двухфазной среды, каждой глубине водоотлива соответствует своя рациональная координата установки аккумулятора характеризуемая следующей зависимостью

$$X_1 = 346 + 0,339(H - 1000) \tag{10}$$

На последующих этапах возможна корректировка данной величины с учетом особенностей работы многоступенчатого насоса осуществляющего транспортировку двухфазной среды, рассмотренных ниже.

Полученная зависимость является отправным пунктом при проектировании установки, так как дает возможность определить исходное значение давления в аккумуляторе, идентифицирующее количество ступеней насоса работающих на водовоздушной смеси.

Для прояснения механизма снижения напора многоступенчатого насоса

при прокачке двухфазной среды необходимо учесть влияние сжимаемости газа, режима течения жидкости, относительного скольжения фаз и истинного объемного газосодержания.

В настоящей работе математическая модель Фуруя[4], разработанная для одноступенчатого насоса, модифицированная с учетом специфики шахтных центробежных насосов и распространена на многоступенчатую конструкцию агрегата.

Первоначально рассмотрим процесс прокачки водовоздушной смеси одной ступенью насоса. Воспользуемся методом контрольного объема представленном на рисунке 3.



Рис. 3. Метод контрольного объема для вращающихся сил и диаграммы сил

Здесь линия тока s и перпендикулярная ей линия n выбраны в качестве криволинейных координат. Контрольный объем 1 вдоль осей n, s и нормали к поверхности тока соответственно имеет размеры dn, ds.

Содержащиеся в этом объеме массы жидкой (dm_l) и газовой (dm_b) фаз определяются как:

$$dm_b = \alpha \rho_b dn ds. \tag{11a}$$

$$dm_l = (1 - \alpha)\rho_l dnds, \tag{11b}$$

где n – координата, отсчитываемая по нормали к линии тока *s*; α – истинное объемное газосодержание; ρ_b , ρ_l – плотность газовой и жидкой фаз соответственно.

Баланс количества движения для контрольного объема в направлении течения:

$$\frac{d}{dt}(dm_b w_b + dm_l w_l) = F_s.$$
(12)

здесь w_b , w_l – скорость движения соответственно газовой и жидкой фаз относительно вращающихся лопаток (в направлении *s*).

Внешняя сила F_s является равнодействующей двух сил, а именно силы давления dP_s и центробежной силы dK:

$$F_s = dK - dP_s, \tag{13}$$

$$dK = dmr\omega^2 \sin\beta' \cos\gamma, \qquad (14a)$$

$$dP_s = \frac{\partial p}{\partial s} \, ds \, dn, \tag{14b}$$

$$dm = dm_b + dm_l, \tag{14c}$$

где β' и γ – локальные геометрические углы поверхности тока, показанные на рисунке 3, а r – радиальная координата центра контрольного объема, отсчитываемая от оси вращения. Применение теоремы переноса к уравнениям (12)-(14) для стационарного потока (dm_l и dm_b сохраняют постоянные значения вдоль линии тока) приводит к следующему выражению:

$$dm_b \frac{dw_b}{dt} + dm_l \frac{dw_l}{dt} = dmr\omega^2 \sin\beta' \cos\gamma - \frac{\partial p}{\partial s} ds dn.$$
(15)

здесь p – избыточное статическое давление, а ω – скорость движения двухфазного потока.

Используя соотношения (11а), (11b) и (14c) и выражение $dr / ds = \sin\beta' \cos\gamma$ (рис. 3), запишем уравнение (15) в виде:

$$\alpha \rho_b \frac{\partial w_b}{\partial s} w_b + (1 - \alpha) \rho_l \frac{\partial w_l}{\partial s} w_l = \left[\rho_l (1 - \alpha) + \alpha \rho_b \right] r \omega^2 \frac{dr}{ds} - \frac{\partial p}{\partial s}.$$
(16)

Уравнение (16) можно преобразовать, если предположить, что все величины в этом уравнении изменяются вдоль направления линии тока *s* тогда оно примет следующий вид:

$$\frac{d}{ds} \left[\alpha \rho_b \frac{w_b^2}{2} + (1 - \alpha) \rho_l \frac{w_l^2}{2} + p - \left[\rho_b \alpha + (1 - \alpha) \rho_l \right] \frac{(r\omega)^2}{2} \right] + \left[\rho_l \frac{w_l^2 - (r\omega)^2}{2} - \rho_b \frac{w_b^2 - (r\omega)^2}{2} \right] \frac{d\alpha}{ds} = 0.$$
(17)

Интегрирование уравнения (17) на участке между входом и выходом из ступени насоса приводит к следующему равенству:

$$\begin{bmatrix} \alpha_{2}\rho_{b}\frac{w_{2b}^{2}-u_{2}^{2}}{2} + (1-\alpha_{2})\rho_{l}\frac{w_{2l}^{2}-u_{2}^{2}}{2} + p_{2} \end{bmatrix} - \\ -\begin{bmatrix} \alpha_{1}\rho_{b}\frac{w_{1b}^{2}-u_{1}^{2}}{2} + (1-\alpha_{1})\rho_{l}\frac{w_{1l}^{2}-u_{1}^{2}}{2} + p_{1} \end{bmatrix} - \\ -\int_{1}^{2}\begin{bmatrix} \rho_{b}\frac{w_{b}^{2}-u^{2}}{2} - \rho_{l}\frac{w_{l}^{2}-u^{2}}{2} \end{bmatrix} \frac{d\alpha}{ds}ds = 0.$$
(18)

где *и* – тангенциальная скорость, а 1, 2 – параметры на входе и выходе насоса соответственно.

Присутствие скольжения между жидкой и газовой фазами обуславливает изменение *α*. Следует отметить, что немеханические потери давления, характерные для работы насоса в реальных условиях в уравнении (18) не учитываются. Ниже будет показано, что такое допущение практически не сказывается на окончательных результатах расчета снижения напора насоса.

Приступим теперь к определению снижения напора ступени насоса при прокачке двухфазной среды. Приращение энергии двухфазного потока ΔH_{TP} можно представить как сумму приращений удельной энергии жидкой ΔH_l и газовой ΔH_b фаз

$$\Delta H_{TP}\dot{m}_{TP} = \Delta H_b \dot{m}_b + \Delta H_l \dot{m}_l, \tag{19}$$

здесь \dot{m}_b , \dot{m}_l , \dot{m}_{TP} – массовый расход газовой фазы, жидкой фазы и двухфазной смеси соответственно:

$$\dot{m}_{TP} = \dot{m}_b + \dot{m}_l, \qquad (20a)$$

$$\dot{m}_l = dn(1-\alpha)w_l\rho_l, \qquad (20b)$$

$$\dot{m}_b = dn\alpha w_b \rho_b. \tag{20c}$$

Можно выразить ΔH_l и ΔH_b через разность полных давлений на входе и выходе из ступени насоса, принимая течение несжимаемым и невязким, а также пренебрегая термодинамическими эффектами:

$$\Delta H_l = \frac{p_{02l} - p_{01l}}{\rho_l g} = \frac{\nu_{2l}^2 - \nu_{1l}^2}{2g} + \frac{p_2 - p_1}{\rho_l g},$$
 (21a)

$$\Delta H_b = \frac{p_{02b} - p_{01b}}{\rho_b g} = \frac{\nu_{2b}^2 - \nu_{1b}^2}{2g} + \frac{p_2 - p_1}{\rho_b g}.$$
 (21b)

где p_0 – полное давление; v – абсолютная скорость.

Из уравнений (19) и (21) получаем

$$\Delta H_{TP} = \frac{p_2 - p_1}{\rho_{TP}^* g} + \frac{\upsilon_{2b}^2 - \upsilon_{1b}^2}{2g} x + \frac{\upsilon_{2l}^2 - \upsilon_{1l}^2}{2g} (1 - x)$$
(22)

здесь *х* – расходное массовое газосодержание;

$$\rho_{TP}^* = \frac{\dot{m}_{TP}}{Q_l + Q_b},\tag{23}$$

где Q_l , Q_b – объемный расход (подача) жидкой и газовой фаз соответственно,

$$Q_l = dn(1 - \alpha)w_l, \qquad (24a)$$

$$Q_b = dn\alpha w_b, \tag{24b}$$

$$x = \frac{\dot{m}_b}{\dot{m}_{TP}},\tag{25a}$$

$$1 - x = \frac{\dot{m}_l}{\dot{m}_{TP}}.$$
(25b)

Здесь ρ_{TP}^* – средняя плотность двухфазной среды при раздельном течении фаз, которая при отсутствии скольжения фаз ($w_l = w_b$) становится равной плотности гомогенной двухфазной среды ρ_{TP} , и определяется как:

$$\rho_{TP} = \alpha \rho_b + (1 - \alpha) \rho_l. \tag{26}$$

Заметим, что поскольку параметры \dot{m}_{TP} , Q_l и Q_b сохраняются постоянными в соответствии с законом сохранения массы при течении несжимаемой среды, ρ_{TP}^* является величиной постоянной.

После соответствующих преобразований, с учетом уравнения (18), зависимость (22) примет следующий вид:

Зневоднення та сушіння. Водно-шламове господарство

$$\Delta H_{TP} = -\left\{ \frac{\alpha_2 \rho_b}{\rho_{TP}^* g} \frac{w_{2b}^2 - u_2^2}{2} + \frac{(1 - \alpha_2)\rho_l}{\rho_{TP}^* g} \frac{w_{2l}^2 - u_2^2}{2} \right\} - \left\{ \frac{\alpha_1 \rho_b}{\rho_{TP}^* g} \frac{w_{1b}^2 - u_1^2}{2} + \frac{(1 - \alpha_1)\rho_l}{\rho_{TP}^* g} \frac{w_{1l}^2 - u_1^2}{2} \right\} + \frac{\upsilon_{2l}^2 - \upsilon_{1l}^2}{2g} (1 - x) + \frac{\upsilon_{2b}^2 - \upsilon_{1b}^2}{2g} x + \left\{ \frac{1 - \alpha_1}{\rho_{TP}^* g} \int_{1}^2 \left(\rho_b \frac{w_b^2 - u^2}{2} - \rho_l \frac{w_l^2 - u^2}{2} \right) \frac{d\alpha}{ds} ds. \right\}$$
(27)



Рис. 4. Треугольники скоростей потока на входе и выходе рабочего колеса соответственно

На рисунке 4 составляющие с индексом ϕ , относятся к течению однофазной среды. Учитывая соотношения для скоростей $w^2 - v^2 = (u - v_u)^2 - v_u^2$, преобразовывая уравнения (10), (14) и (15) получаем:

$$\Delta H_{TP} = \Delta H_{SP} - \Delta H_s - \Delta H_\alpha - \Delta H_w, \qquad (28)$$

где ΔH_{SP} – приращение напора для однофазного потока, а ΔH_w , ΔH_a , ΔH_s – потери напора, обусловленные увеличением скорости, изменением истинного объемного газосодержания и скорости скольжения соответственно.

$$\Delta H_{SP} = x \frac{\upsilon_{u2b}^{1\phi} u_2 - \upsilon_{u1b}^{1\phi} u_1}{g} + (1 - x) \frac{\upsilon_{u2l}^{1\phi} u_2 - \upsilon_{u1l}^{1\phi} u_1}{g}, \quad (29)$$

$$\Delta H_w = x \frac{\Delta \upsilon_{u2b} u_2}{g} + (1 - x) \frac{\Delta \upsilon_{u2l} u_2}{g}, \qquad (30)$$

$$\Delta H_{s} = (1-x) \left\{ \alpha_{2} \left(\frac{w_{2b}}{w_{2l}} - 1 \right) \frac{w_{2l}^{2} - u_{2}^{2}}{2g} - \alpha_{1} \left(\frac{w_{1b}}{w_{1l}} - 1 \right) \frac{w_{1l}^{2} - u_{1}^{2}}{2g} \right\} + x \left\{ (1-\alpha_{2}) \left(\frac{w_{2l}}{w_{2b}} - 1 \right) \frac{w_{2b}^{2} - u_{2}^{2}}{2g} - (1-\alpha_{1}) \left(\frac{w_{1l}}{w_{1b}} - 1 \right) \frac{w_{1b}^{2} - u_{1}^{2}}{2g} \right\},$$
(31)

$$\Delta H_{\alpha} = -\frac{1}{\rho_{TP}^* g} \int_{1}^{2} \left(\rho_b \frac{w_b^2 - u^2}{2} - \rho_l \frac{w_l^2 - u^2}{2} \right) \frac{d\alpha}{ds} ds, \qquad (32)$$

$$v_{u1} = v_{u1}^{1\phi} - \Delta v_{u1}$$
 — тангенциальная составляющая v_2 , (33)

$$v_{u2} = v_{u2}^{1\phi} - \Delta v_{u2}$$
 — тангенциальная составляющая v_1 . (34)

В данных уравнениях, за исключением составляющих с индексом 1ϕ , которые относятся к течению однофазной среды, все остальные составляющие скорости относятся к течению двухфазной среды. Из этого следует, что например $v_{u2}^{1\phi}$ составляющая скорости при течении двухфазной среды, отличается на величину Δv_{u2} от v_{u2} (рис. 4). Все составляющие снижения напора $(\Delta H_w + \Delta H_s + \Delta H_a)$ целесообразно рассматривать отдельно: ΔH_a – вклад от изменения α при движении двухфазной среды в межлопастном канале; ΔH_s – вклад от относительного скольжения жидкой и газовой фаз; ΔH_w – вклад от увеличения относительной скорости жидкой фазы *w* на выходе из насоса при прокачке двухфазной среды (по сравнению со случаем однофазной среды). Уравнение (28) можно преобразовать следующим образом:

$$\frac{\Delta H_{TP}}{\Delta H_{SP}} = 1 - \frac{\Delta H_{\alpha} + \Delta H_{s} + \Delta H_{w}}{\Delta H_{SP}}.$$
(35)

Мы получили уравнение характеризующее отношение напоров насоса при прокачке одно- и двухфазной сред. Немеханическая потеря давления, которая ранее в уравнении (28) принималась пренебрежимо малой уточняется автоматически поскольку при получении отношения величин ΔH_{TP} и ΔH_{SP} будет использовано известное значение ΔH_{SP} .

В уравнениях (30)-(32) для расчета величин ΔH_w , ΔH_s и ΔH_a необходимо располагать детальной информацией как об изменении α при движении двухфазной среды в межлопастном канале, так и об относительных скоростях жидкой и газовой фаз. В таком случае принято решение использовать подход пред-

ложенный Хенчем и Джонстоном [5], исследовавших течение двухфазной среды в диффузоре. С целью получения такой информации обратимся к уравнению сохранения количества движения пузыря. Использование данного подхода к рассматриваемому случаю вращающегося колеса насоса приводит к уравнению:

$$\rho_b V_b \frac{dw_b}{dt} = \sum F_s, \qquad (36)$$

где $V_b = \frac{4}{3} \pi r_b^3$ – объем пузыря; $\sum F_s$ – сумма сил, действующих на пузырь: $\sum F_s = (центробежная сила) + (силы давления) + (сила, обусловленная присое$ диненной массой) + (сила сопротивления) (37)

Этих силы можно определить следующим образом (рис. 5):

Силы давления =
$$-\frac{\partial p}{\partial s}V_b$$
, (38a)

Центробежная сила = $\rho_b V_b r \omega^2 \sin \beta' \cos \gamma$, (38b)

Сила сопротивления =
$$C_d \frac{1}{2} \rho_l (w_l - w_b) |w_l - w_b| \pi r_b^2$$
, (38c)

где *C*_{*d*} – коэффициент сопротивления сферы, обтекаемой потоком;

Сила, обусловленная присоединенной массой, $= -\frac{1}{2}\rho_l V_b (a_b - a_l).$ (38d)

Здесь r_b – радиус пузыря, который предполагается сферическим, а a_b и a_l – ускорения газовой и жидкой фаз, определяемые из следующих уравнений:

$$a_b = \frac{dw_b}{dt} = \frac{\partial w_b}{\partial t} + w_b \frac{\partial w_b}{\partial s},$$
(39a)

$$a_l = \frac{dw_l}{dt} = \frac{\partial w_l}{\partial t} + w_l \frac{\partial w_l}{\partial s}.$$
 (39b)

где *t* – время.



Рис. 5. Геометрия пузыря и действующие на него силы

Считая течение стационарным и подставляя (38) и (39) в (36) и (37), получаем следующее уравнение:

$$\frac{1}{2}\rho_{l}\left(w_{b}\frac{\partial w_{b}}{\partial s}-w_{l}\frac{\partial w_{l}}{\partial s}\right)+\rho_{b}w_{b}\frac{\partial w_{b}}{\partial s}=\rho_{b}r\omega^{2}\sin\beta'\cos\gamma+$$
$$+\frac{C_{d}}{r_{b}}\frac{3}{8}\rho_{l}(w_{l}-w_{b})|w_{l}-w_{b}|-\frac{\partial p}{\partial s}.$$
(40)

Рассмотрение уравнения количества движения двухфазной смеси (16) совместно с уравнением (40) позволяет исключить член $\partial p / \partial s$ и с помощью уравнений сохранения массы (20а) и (20b) получить следующее равенство:

$$\frac{\dot{m}_{l}^{2}}{\rho_{l}(dn)^{2}}\frac{1}{(1-\alpha)}\left[\frac{1}{(1-\alpha)}\frac{d\alpha}{ds}-\frac{1}{(dn)}\frac{d(dn)}{ds}\right]+\frac{\dot{m}_{b}^{2}}{\rho_{b}(dn)^{2}}\frac{1-\alpha}{\alpha^{2}}\left[\frac{1}{\alpha}\frac{d\alpha}{ds}+\frac{1}{(dn)}\frac{d(dn)}{ds}\right]+\frac{1}{2}\rho_{l}\left[\left(\frac{\dot{m}_{b}}{\rho_{b}dn\alpha}\right)^{2}\left(\frac{1}{\alpha}\frac{d\alpha}{ds}+\frac{1}{(dn)}\frac{d(dn)}{ds}\right)+\left(\frac{\dot{m}_{l}}{\rho_{l}dn(1-\alpha)}\right)^{2}\left(\frac{1}{(1-\alpha)}\frac{d\alpha}{ds}-\frac{1}{(dn)}\frac{d(dn)}{ds}\right)\right]=$$
$$=\left(\rho_{l}-\rho_{b}\right)\left(1-\alpha\right)r\omega^{2}\sin\beta'\cos\gamma-\frac{1}{c}\frac{\dot{m}_{b}}{\rho_{b}dn\alpha}\left[\frac{\dot{m}_{l}}{\rho_{l}dn(1-\alpha)}-\frac{\dot{m}_{b}}{\rho_{b}dn\alpha}\right]\frac{\dot{m}_{l}}{\rho_{l}dn(1-\alpha)}-\frac{\dot{m}_{b}}{\rho_{b}dn\alpha}\right],$$
(41)

Данное дифференциальное уравнение можно решить, определив граничные условия на входе в ступень насоса перекачивающего водовоздушную смесь, так как оно содержит только одну переменную α , а все остальные величины либо сохраняют постоянные значения, либо являются известными функциями *s*. Постоянными величинам в этом уравнении являются \dot{m}_b , \dot{m}_l , ρ_b , ρ_l и ω , а (*dn*), $r \sin\beta'$ и $\cos\gamma$ есть функции *s*. Рассчитав $\alpha(s)$, можно определять функцию p(s), решая уравнение (6) или (30). А затем определяются скорости w_l и w_b с помощью уравнений сохранения массы (10b) и (10c). В итоге мы найдем все величины, необходимые для определения ΔH_w , ΔH_s и ΔH_{α} .

Приведенный выше математический аппарат был использован для разра-

ботки математической модели многоколесной конструкции центробежного насоса перекачивающего водовоздушную смесь. При этом выходные параметры потока предыдущей ступени насоса рассматривались в качестве входных для последующей ступени с учетом конечных приращений расходных и энергетических параметров.

В результате моделирования исследованных процессов установлено, что среди составляющих снижения напора величина ΔH_w вносит больший вклад чем ΔH_a которая в свою очередь превосходит величину ΔH_s . То есть результирующее снижение напора в основном зависит от увеличения относительной скорости жидкой фазы на выходе из насоса при прокачке двухфазной среды, а вклад от относительного скольжения жидкой и газовой фаз будет иметь меньшее влияние, но все же превосходить вклад от изменения а при движении двухфазной среды в межлопастном канале. Уменьшение напора, в ступенях прокачивающих двухфазную смесь будут снижаться по квазилинейной зависимости от объемного газосодержания с каждой последующей секцией многоступенчатого насоса. Установленные закономерности являются новым научным результатом.

Результаты расчета значений снижения напора удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными для одноколесных машин фирм Babcock and Wilcox (масштаб 1: 3) и Creare (масштаб 1: 20) [4].

Для определения подачи насосной установки необходимо совместно решить систему уравнений, состоящую из характеристик внешней сети и насосного агрегата соответственно

$$\begin{cases}
H_{\mu} = f(Q) \\
H_{c} = I(Q)
\end{cases}$$
(42)

где H_{μ} – напор насоса; H_c – напор необходимый для работы на данную сеть.

Анализ выполненных контрольных расчетов в широком диапазоне изменения исходных данных указывает на отсутствие ощутимого снижения производительности насосной установки, вследствие того, что снижение напора рабочих колес насоса перекачивающих водовоздушную смесь, как правило, компенсируется уменьшением геодезической высоты характеристик внешней сети.

Разработанная математическая модель насосной установки для откачки шахтной воды в виде водовоздушной смеси (1)-(42), позволяет последовательно рассчитать основные параметры и режимы работы предложенного альтернативного водоотлива, реализующего откачку шахтной воды с глубоких горизонтов непосредственно на земную поверхность.

К преимуществам данного способа следует отнести исключение таких опасных гидродинамических явлений как гидроудары, что достигается за счет существенного уменьшения скорости звука в нагнетательном трубопроводе, заполненного водовоздушной смесью.

Выводы

Впервые разработана комплексная математическая модель шахтной водоотливной установки, описывающая процесс транспортировки водовоздушной смеси в нагнетательном трубопроводе, а также процессы перекачивания одно и двухфазных сред в проточных частях многоступенчатого центробежного насоса.

Выявлен механизм снижения напора центробежного насоса, первые ступени которого перекачивают шахтную воду, а последующие осуществляют прокачку водовоздушной смеси.

Дана наглядная физическая трактовка исследуемых процессов и установлены новые закономерности изменения основных расходных параметров.

Список литературы

1. Финкельштейн З.Л., Швиндин А.И., Твердохлеб И.Б. Состояние и перспективы насосного оборудования для шахтного водоотлива // Вестн. Нац. техн. ун-та Украины. – 1999. – № 35. – С. 257-261.

2. Водоотлив глубоких шахт. Труды Всесоюзного научно-технического семинара по водоотливу глубоких шахт / Под ред. Г.М. Нечушкина, К.С. Борисенко. – М.: Недра, 1967. – С. 26-39, 136-144.

3. Кириченко Е.А., Евтеев В.В. Об одном альтернативном способе организации водоотлива глубоких шахт // Научный вестник НГУ. – Серия Горная механика и машины. – 2004. – №7. – С.51-55.

4. Фуруя О. Аналитическая модель для расчета характеристики насоса при прокачке двухфазной среды с неконденсирующейся газовой фазой // Труды ASME. – серия Теоретические основы. – 1985. – Т. 107, №1. – С. 225-235.

5. Хенч, Джонстон. Характеристики двумерного диффузора с дозвуковым двухфазным потоком воздушно-водяной смеси // Труды ASME. – Теоретические основы инженерных расчетов. – 1972. – № 1. – С. 120-122.

6. Пат. 61294 України, F04F1/00, F04F1/20, E21F17/00. Спосіб підйому багатокомпонентної суміші з великих глибин і насосна установка для його реалізації / Кириченко Є.О., Чеберячко І.М., Євтєєв В.В., Шворак В.Г., Кириченко В.Є. – Опубл. 25.06.2007, Бюл. № 9.

7. Пат. 64541 України, F04F1/20. Спосіб регулювання подачі насосом рідини та система для його реалізації / Кириченко Є.О., Чеберячко І.М., Шворак В.Г., Євтєєв В.В. – Опубл. 25.06.2007, Бюл. № 9.

© Кириченко В.Е., Хворостяной Н.Н., 2013

Надійшла до редколегії 18.02.2013 р. Рекомендовано до публікації д.т.н. І.К. Младецьким